



**KERNFORSCHUNGSANLAGE JÜLICH**  
GESELLSCHAFT MIT BESCHRÄNKTER HAFTUNG  
**Institut für Reaktorbauelemente**

# **Wärmeleitfähigkeit von Faserstoffen**

## **Möglichkeiten der Berechnung**

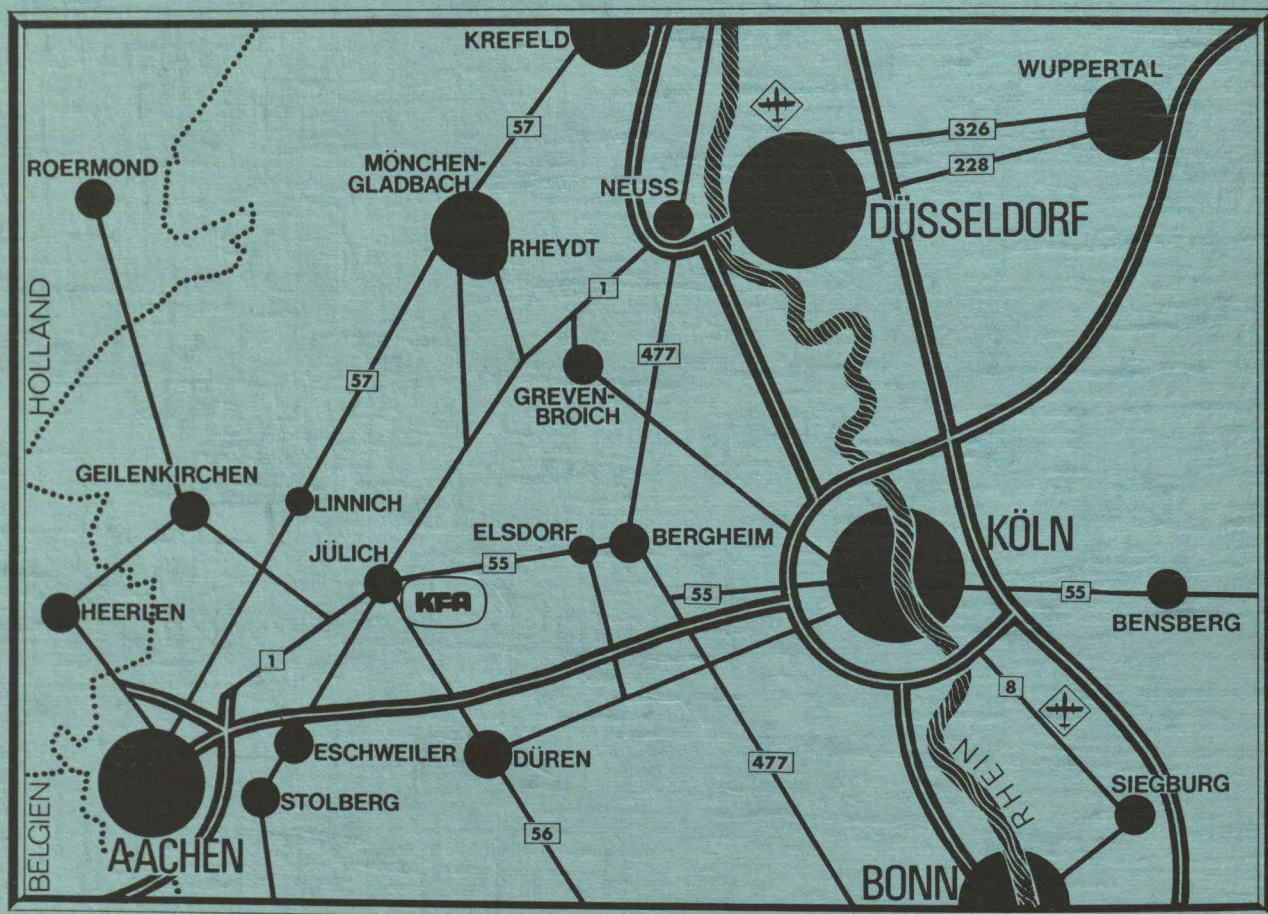
von

P. Bröckerhoff

**JüI - 992 - RB**  
**August 1973**

Als Manuskript gedruckt





## Berichte der Kernforschungsanlage Jülich – Nr. 992

Institut für Reaktorbauelemente Jül - 992 - RB

Dok.: Fiber Insulation - Thermal Conductivity  
Thermal Conductivity - Fiber Insulation  
Thermal Insulation - Fiber Insulation

Im Tausch zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK der Kernforschungsanlage Jülich GmbH,  
Jülich, Bundesrepublik Deutschland



# **Wärmeleitfähigkeit von Faserstoffen**

## **Möglichkeiten der Berechnung**

von

P. Bröckerhoff



I N H A L T

	Seite
1. Allgemeines	3
2. Effektive Leitfähigkeit einer Isolierung	4
3. Gas- und Feststoffleitung	10
4. Wärmeübertragung infolge Strahlung	14
5. Wärmeübertragung infolge freier Konvektion	21
6. Ergebnisse und Vergleich mit Literaturangaben	25
7. Zusammenfassung	33
8. Verwendete Bezeichnungen, Indizes und Kennzahlen	35
9. Literaturverzeichnis	38
10. Abbildungen	42

## Abstract

Wie das Beispiel Fort St. Vrain in den USA zeigt, kommen für die Isolierung von gasgekühlten Reaktoren durchaus Faserstoffe in Frage. Eins der Hauptprobleme ist die Wärmeleitfähigkeit einer solchen Isolierung. Im folgenden wird versucht, anhand von Beziehungen, die der Literatur entnommen werden, die effektive, d.h. die gesamte Wärmeleitfähigkeit von Faserstoffen zu berechnen. Auf die Berechnung der einzelnen Anteile wie Gas- und Feststoffleitung und Wärmeübertragung infolge Strahlung wird näher eingegangen. Die freie Konvektion wird nicht berücksichtigt, da eine rechnerische Erfassung nicht oder kaum möglich erscheint.

In gewissen Bereichen, zumal bei niedrigen Temperaturen, ist eine gute Übereinstimmung zwischen Meßwerten, die andere Autoren mitteilen, und gerechneten Ergebnissen festzustellen. Bei hohen Temperaturen sind die Abweichungen größer. Hierfür gibt es zwei Ursachen:

1. Die zur Berechnung der Strahlungsleitfähigkeit benutzte Beziehung gibt die tatsächlichen Verhältnisse nicht genau wieder.
2. Der Einfluß der freien Konvektion muß berücksichtigt werden.

In den Verläufen der effektiven Leitfähigkeit zeigt sich ein Minimum, trägt man sie in Abhängigkeit von der Packungsdichte auf, die neben dem Faserdurchmesser einen wichtigen Parameter darstellt. Als Gase wurden Helium und Luft benutzt.

## 1. Allgemeines

Bei der Isolierung von Behältern und Rohrleitungen finden häufig poröse Stoffe Verwendung. Werden diese Stoffe als Außenisolierung eingesetzt, so sind die Porenräume der Isolierkörper mit Luft von atmosphärischem Druck angefüllt. Ist das Gas in Porenform in der Isolierung enthalten, umschließen also die festen Anteile die gasförmigen in geschlossenen oder auch in miteinander in Verbindung stehenden offenen Zellen, spricht man von festen Isolierstoffen. Besonders zu erwähnen sind hier die Schaumstoffe, die in den letzten Jahren immer mehr an Bedeutung gewonnen haben. Zu der Gruppe der festen Isolierstoffe sind auch alle Steine, z. B. Schamotte-Steine, zu rechnen, die eine den Schaumstoffen ähnliche Struktur aufweisen. Auf Grund ihrer recht hohen Temperaturbeständigkeit werden sie meist zur Auskleidung von Öfen verwandt.

Eine zweite Gruppe bilden die Pulverisolierungen, in denen die einzelnen Körner von einem zusammenhängenden Gasraum umgeben sind. Nach Schmidt /1/ sind sie hinsichtlich ihrer Struktur "die Negativen der festen Isolierstoffe".

Bei Faserisolierungen, die als Matten mit definierter oder als Stopfisolierung mit meist zufälliger Faserrichtung auf dem Markt sind, umschließt das Gas ebenfalls die festen Anteile, so daß auch hier, ebenso wie bei den Pulvern, ein zusammenhängender Gasraum besteht.

Die folgenden Betrachtungen werden hauptsächlich auf Faserstoffe bezogen, die bei verschiedenen Gasen in einem weiten Druckbereich Verwendung finden sollen.

## 2. Effektive Leitfähigkeit einer Isolierung

Die Aufgabe einer Isolierung ist es, die Wärme- bzw. Kälteverluste eines Systems möglichst klein zu halten, d. h. die Leitfähigkeit des Schutzsystems soll gering sein. Unter der effektiven Leitfähigkeit einer Isolierung versteht man im allgemeinen den Gesamtbetrag der Leitfähigkeit, wie er bei einer Probe aus Messung der zugeführten Leistung  $Q$  bzw. der Heizflächenbelastung  $q$ , der Probendicke  $d$  und der mittleren Temperaturdifferenz  $\Delta T$  im Falle ebener Platten im stationären Fall aus Gleichung (1) berechnet wird.

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{q \cdot d}{\Delta T} \quad (1)$$

Im allgemeinen wird der Wert von  $\lambda_{\text{eff}}$  als eine Summe von Einzelleitfähigkeiten wie Leitfähigkeit durch die vorhandenen Hohlräume und durch die Feststoffanteile, Strahlung der Oberflächen des festen Materials gegeneinander und, je nach Gaszustand, Anordnung der Isolierung und Richtung des Wärmeflusses, freie und erzwungene Konvektion dargestellt. Im einfachsten Fall setzt sich  $\lambda_{\text{eff}}$  also additiv aus den einzelnen Anteilen zusammen.

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda_g + \lambda_f + \lambda_s + \lambda_k \quad (2)$$

Diese Form findet man in der Literatur recht häufig, z. B. Schmidt /1/, Larkin und Churchill /2/ usw. Oft, wie z. B. bei Koglin /3/, der den Wärmetransport in Schaumstoffen untersuchte, oder bei Hager und Steere /4/, werden die Anteile infolge Wärmeleitung zu  $\lambda_1$  zusammengezogen, so daß sich Gleichung (2) vereinfacht zu

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda_1 + \lambda_s + \lambda_k \quad (3)$$

Eine solche Trennung ist bei genauer Betrachtungsweise nicht gestattet, da eine Abhängigkeit der einzelnen Leitfähigkeiten voneinander besteht, d. h. die einzelnen Transportmechanismen beeinflussen sich gegenseitig. Je nach



Zugrundelegung eines Modells, mit dem die Faseranordnung beschrieben werden soll, ändern sich die Gleichungen (2) bzw. (3) erheblich. Die einzelnen Anteile erscheinen dann nicht mehr als reine Summanden.

Bei den meisten Berechnungsunterlagen fehlen Angaben über den Einfluß der freien Konvektion. In der Mehrzahl der Fälle wird nur die Erhöhung der effektiven Leitfähigkeit infolge dieses Mechanismus erwähnt. Viele Autoren setzen  $\lambda_k$  in (2) und (3) Null, z.B. Strong und andere /5/. Oft wird  $\lambda_k$  zur reinen Gasleitung hinzuaddiert.

Vor Beginn der weiteren Betrachtung sind noch einige Begriffe zu klären, die allgemein für alle porösen Stoffe Gültigkeit besitzen. Sind  $v_f$  und  $v_g$  die Volumenanteile für Faserstoffe bzw. Fasern und Gas, so läßt sich schreiben:

$$v_f + v_g = 1 \quad (4)$$

Mit den mittleren Dichten  $\rho_f$  und  $\rho_g$  und der mittleren Packungsdichte  $\rho$ , auch Rohdichte genannt, wird

$$v_f \cdot \rho_f + v_g \cdot \rho_g = \rho \quad (5)$$

Da  $\rho_g$  im Vergleich zu  $\rho_f$  und im allgemeinen auch zu  $\rho$  sehr klein ist, vereinfacht sich Gleichung (5), auch wenn das Gasvolumen etwa 90 % und mehr der gesamten Isolierung ausmacht, zu

$$v_f \approx \frac{\rho}{\rho_f} \quad (6)$$

Ein immer wieder benutztes Modell ist das Platten- oder auch Lamellenmodell, das bei der Berechnung der Leitfähigkeit aller porösen Stoffe Verwendung findet. Auf wen diese Anregung zurückgeht, läßt sich nicht mit Sicherheit feststellen. Wahrscheinlich war es Nusselt /6/, der als erster ein solches Modell benutzte. Diesem liegt die Annahme zugrunde, daß der Körper aus festen Platten besteht, die in regelmäßigem Abstand angeordnet

sind. Zwischen den Platten befindet sich Gas. Im Falle von Faserstoffen kann, je nach Verfasser, die Anordnung der Fasern rein zufällig oder geordnet, d. h. in einer Richtung liegend, angenommen werden. Der Wärmestrom verläuft senkrecht zu diesen von den Fasern gebildeten Platten. Als weitere Voraussetzung gilt ein konstanter Faserdurchmesser  $\delta$ . Jede von den Fasern gebildete Lamelle ist von gleicher Stärke wie der Faserdurchmesser. Ferner darf die betrachtete Isolierung keine anderen losen Partikel enthalten, da hierdurch eventuell die Strahlungsdurchlässigkeit beeinflußt werden könnte.

Nusselt /6/ nimmt bei seinem Rechenmodell an, daß nebeneinander Wärme durch Gasleitung und Strahlung und in Reihe dazu durch Feststoffleitung übertragen wird. Diese Annahme führt auf die Beziehung

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\rho}{\rho_f}\right) \left(\frac{1}{\lambda_g + \lambda_s}\right) + \frac{\rho}{\rho_f} \cdot \frac{1}{\lambda_f}} \quad (7)$$

Eucken /7/ legt bei der Berechnung der Leitfähigkeit keramischer feuerfester Stoffe eine bereits von Maxwell angegebene Beziehung zugrunde, die anfangs zur Bestimmung des elektrischen Widerstandes von Zweistoffgemischen hergeleitet worden war. Da thermischer und elektrischer Widerstand  $R$  den gleichen Gesetzen gehorchen, ist dieses Verfahren zulässig. Die Leitfähigkeit läßt sich dann, da  $\lambda \sim 1/R$ , bestimmen. Abweichend von dem oben beschriebenen Plattenmodell nimmt er an, daß die das Gas enthaltenden Poren von kugelförmiger Gestalt und regelmäßig im Feststoff verteilt sind. Berücksichtigt man im Gegensatz zu Eucken noch den Strahlungsanteil, wie es Thipgen und Short /8/ versucht haben, so führt dies auf die Gleichung

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{\frac{\rho}{\rho_f} + \frac{3}{2\lambda_f + \lambda_g + \lambda_s} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_f}\right) (\lambda_g + \lambda_s)}{\frac{\rho}{\lambda_f \rho_f} + \frac{3}{2\lambda_f + \lambda_g + \lambda_s} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_f}\right)} \quad (8)$$

Wenn man in Gleichung (8)  $\lambda_s = 0$  setzt und  $\lambda_f$  und  $\lambda_g$  miteinander vertauscht, also das Gas das zusammenhängende Ganze bilden läßt, so führt dies zu verschiedenen Ergebnissen. Eucken errechnete für die Fälle  $\lambda_g / \lambda_f = 10$  und  $\lambda_g / \lambda_f = 0,1$  die effektive Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_{\text{eff}}$  in Abhängigkeit von Verhältnis  $1 - \rho / \rho_f$ . Die so gewonnenen Ergebnisse liegen niedriger, als wenn man die Leitfähigkeit additiv aus Gas- und Festkörperleitung, entsprechend den Volumenanteilen, berechnet. Bei Annahme anderer Porenformen als der Kugel, z.B. Zylinder oder elliptische Körper, gelangt Eucken zu etwas anderen Beziehungen. Werden die Einschlüsse in Richtung des Temperaturgradienten sehr dünn und quer dazu sehr groß, so kann man im Grenzfall von plattenförmigen Einschlüssen sprechen, die wieder auf das erwähnte Lamellenmodell führen. Für diesen Grenzfall gibt Eucken /9/ in einer zweiten Arbeit, wenn die Strahlung wieder mit berücksichtigt wird,

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_f} + \frac{1}{3(\lambda_g + \lambda_s)} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_f}\right)} \quad (9)$$

an. Hier ist angenommen, daß genau ein Drittel sämtlicher ebener Einschlüsse quer zur Richtung des Wärmestromes verläuft.

Verschoor und Greebler /10/ greifen auf das Plattenmodell mit unregelmäßig verteilten Fasern in jeder Schicht zurück. Besteht zwischen den einzelnen Fasern einer Schicht kein Kontakt, d.h. ist jede Faser stets von Gas umgeben, so wird die Wärmeübertragung so behandelt, als wäre der Volumenanteil der Fasern in Reihe mit dem Volumenanteil des Gases  $1 - v_f$ . Wenn  $v_f$  klein und die Wärmeleitfähigkeit der Fasern  $\lambda_f$  im Vergleich zu der des Gases, wie oben schon angenommen, groß ist, wird die Leitfähigkeit

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{\lambda_g + \lambda_s + \lambda_k}{1 - \frac{\rho}{\rho_f}} + \lambda'_f \quad (10)$$



Hier wurde  $\lambda'_f$  zur Berücksichtigung der geringen Wärmeübertragung infolge unregelmäßiger Berührung der Fasern hinzugefügt, d.h.  $\lambda'_f$  darf nicht gleich der reinen Leitfähigkeit des Fasermaterials gesetzt werden.

Zu einer nicht nur aus den einzelnen Anteilen additiv zusammengesetzten Wärmeleitfähigkeit kommt man auch nach Thipgen und Short /8/, wenn man sich den Wärmetransport durch eine Faserisolierung folgendermaßen vorstellt. Zunächst ist reine Feststoffleitung denkbar, d.h. ein Teil der insgesamt übertragenen Wärme wird durch eine Faser, durch die Berührungsfläche zweier Fasern, dann wieder durch eine Faser usw. geleitet. Dann kann Wärme, die zunächst durch eine Faser einer Schicht transportiert wurde, durch Gasleitung und Strahlung in eine andere Faserschicht geleitet werden. Außerdem ist ein Wärmeübertragungsmechanismus infolge Gasleitung und Strahlung, ohne jeglichen Transport durch Fasern, denkbar. In Analogie zu einer elektrischen Schaltung lassen sich die beschriebenen Vorgänge wie folgt darstellen:

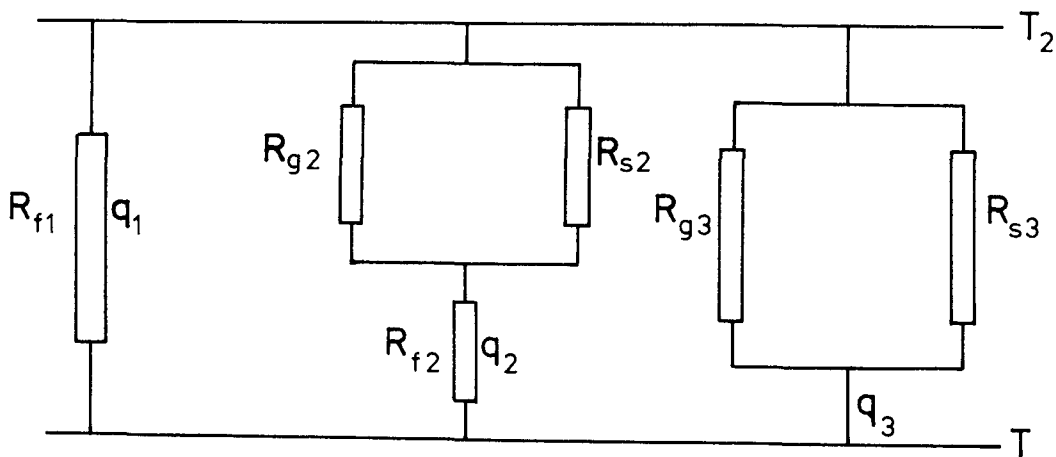


Abb. 1 Analogie zur Wärmeübertragung in Faserstoffen

Als Modell dient das etwas abgeänderte Lamellenmodell. Die Fasern einer jeder Ebene sind regelmäßig angeordnet, d.h. sie verlaufen in jeder Ebene parallel. Der Abstand ist stets gleich groß. In den benachbarten Schichten verlaufen die Fasern um  $90^\circ$  versetzt. Die gesamte Anordnung gleicht also einem gekreuzten Wärmetauscher, wie sie etwa auch von Strong, Bundy und Bovenkerk /5/ beschrieben wird. Zwischen den einzelnen Faserlagen

besteht also Kontakt, die Hohlräume sind wieder mit Gas gefüllt. Als wesentliche Abweichung werden allerdings nicht kreisförmige, sondern quadratische Fasern mit der Kantenlänge  $\delta$  zugrunde gelegt. Wird mit  $p$  der Abstand der einzelnen Fasern und mit  $n$  die Zahl der Lagen pro Isolierstärke bezeichnet, so ist mit der Temperaturdifferenz  $\Delta T = T_1 - T_2$ , siehe Abb. 1,

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{\frac{p^2 \cdot \Delta T}{n \cdot \delta}} = \frac{q_{\text{ges}} \cdot n \cdot \delta}{\Delta T \cdot p^2} \quad (11)$$

Ersetzt man in Gleichung (11) die einzelnen Anteile  $q_1$ ,  $q_2$  und  $q_3$ , so erhält man

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{\lambda_f \delta^2}{p^2} + \frac{4 \delta}{\frac{p^2}{p - \delta} \left[ \frac{1}{\lambda_{g2} + \lambda_{s2}} \right] + \frac{1}{\lambda_{f2}}} + \frac{(\lambda_{g3} + \lambda_{s3})(p - \delta)}{p^2} \quad (12)$$

Unter Vernachlässigung der Gasdichte, siehe Gleichung (6), stellt sich für die beschriebene Faserordnung der Quotient  $\delta/p$  als das Verhältnis der Dichten  $\rho / \rho_f$  dar. Damit und mit der Gleichsetzung  $\lambda_{g2} = \lambda_{g3} = \lambda_g$  und  $\lambda_{s2} = \lambda_{s3} = \lambda_s$  wird aus Gleichung (12)

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda_f \left( \frac{\rho}{\rho_f} \right)^2 + \frac{4 \frac{\rho}{\rho_f} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_f} \right)}{\frac{1}{\lambda_g + \lambda_s} + \frac{1}{\lambda_f}} + (\lambda_g + \lambda_s) \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_f} \right)^2 \quad (13)$$

Die Qualität der einzelnen Beziehungen zur Bestimmung von  $\lambda_{\text{eff}}$  läßt sich nur durch einen Vergleich und durch das Experiment feststellen. Die rechnerische Erfassung der effektiven Leitfähigkeit, wie sie in diesem Abschnitt angegebenen worden ist, ist erst bei Kenntnis der Einzelleitfähigkeiten sowie Faserdurchmesser, Packungsdichte usw. möglich. Aus diesem Grunde soll in den nächsten Kapiteln näher auf die einzelnen Anteile eingegangen werden.

### 3. Gas- und Feststoffleitung

Da sich die Anteile durch Festkörperleitung und Strahlung im allgemeinen experimentell nur bei niedrigen Drücken bestimmen lassen, wird im folgenden auch dieser Bereich betrachtet, auch wenn er für Reaktorisolierungen von geringer Bedeutung sein dürfte.

Die gute Isolierfähigkeit von gashaltigen Isolierungen bei tiefen Drücken beruht in der Hauptsache darauf, daß sich das in den Hohlräumen enthaltene Gas in "Ruhe" befindet. Eventuell auftretende Konvektionsbewegungen sollen hier unberücksichtigt bleiben. Sie werden an anderer Stelle behandelt.

Die Wärmeübertragung durch Gasschichten erfolgt allein infolge Wärmeleitung, wenn der Strahlungsanteil, wie im folgenden angenommen, vernachlässigbar ist. Der Temperaturverlauf im Gas ist linear. Nach den Gesetzen der kinetischen Gastheorie ist die Wärmeleitfähigkeit eines Gases der mittleren freien Weglänge seiner Moleküle und der Anzahl der Moleküle, also der Gasdichte, proportional. Ist die mittlere freie Weglänge der Moleküle eines Gases im Vergleich zu den Abmessungen des ihn umgebenden Gefäßes klein, nennt man das Gas ein "freies Gas". Bei Verminderung des Druckes vermindert sich die Dichte proportional zum Druck, die freie Weglänge nimmt aber in gleicher Weise zu. Infolgedessen ist bei einem freien Gas die Wärmeleitfähigkeit druckunabhängig. Das Gas, das in Faserstoffen mit weniger als Atmosphärendruck enthalten ist, ist freies Gas, da die freien Weglängen im Verhältnis zu den Faserabständen klein sind. In diesem Fall werden alle Moleküle nur von den Fasern abgebremst. Bei mittleren Drücken kommen sowohl Molekül-Faser- als auch zwischenmolekulare Zusammenstöße vor. Infolge der unterschiedlichen Masse von Gas- und Wand- bzw. Fasermolekülen findet nur ein unvollkommener Energieaustausch statt. Dies ist die Ursache für den "Temperatursprung", den als erster Smoluchowski /11/ entdeckt hat. Dieser täuscht eine Verringerung der Gaswärmeleitfähigkeit vor. Der Temperatursprung tritt in der Grenzschicht, die die Stärke einer mittleren freien Weglänge der Gas-moleküle hat, auf. Aus diesem Grunde verbessert sich nach Kling /12/



die Isolierfähigkeit von Gasen mit zunehmender mittlerer freier Weglänge der Moleküle. Kenngröße dieses Effektes ist die Knudsen-Zahl  $Kn$

$$Kn = \frac{L}{s} \quad (14)$$

mit  $L$  als mittlerer freier Weglänge und  $s$  als Dimension des Gasraumes. Die Druckabhängigkeit der freien Weglänge wird durch

$$L = L_o \frac{p_o}{p} \quad (15)$$

wiedergegeben. Nach /1/ gilt für das Übergangsgebiet, in dem  $L \approx s$ , d. h.  $Kn \approx 1$

$$\lambda_g = \frac{\lambda_{go}}{1 + \frac{9\kappa - 5}{\kappa + 1} \cdot \frac{L}{s} \cdot a} \quad (16)$$

Hier sind  $\lambda_g$  und  $\lambda_{go}$  die Wärmeleitfähigkeit des Gases beim Druck  $p$  bzw.  $p_o$  und der Temperatur  $T$  bzw.  $T_o$ . Mit  $\kappa$  wird das Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten bezeichnet. Der Akkomodationskoeffizient  $a$  berücksichtigt die Oberflächenrauigkeit der Wandung. Er liegt im Bereich  $1 \approx a \approx 4$ . Der kleine Wert gilt für rauhe, der hohe für glatte Oberflächen.

Die relative Änderung der Wärmeleitfähigkeiten eines Gases mit dem Druck  $p$  und der Temperatur  $T$ , bezogen auf  $\lambda_g$ , folgt aus (16)

$$k_{rg} = \frac{9\kappa - 5}{\kappa + 1} \cdot \frac{L_o p}{s a p} \quad (17)$$

Schmidt /1/ nennt das Verhältnis  $s/a$  den "mittleren Porenwert" einer Isolierung. Im allgemeinen ist  $k_{rg}$  bei vielatomigen Gasen mit hohem Molekulargewicht klein. Von der Kenngröße  $k_{rg}$  ist also der Wärmetransport im Gasanteil der Isolierung abhängig. Zumindest bei pulverförmigen Isolationsmaterialien hat sich gezeigt, daß für die Wärmeleitfähigkeit nicht so sehr das gesamte Porenvolumen als vielmehr Porengröße und -verteilung entscheidend sind. Es ist zu erwarten, daß dies auch bei Faserstoffen zutrifft.

Die Berechnung der freien Weglänge eines Moleküls in Fasermaterialien wird in /10/ mitgeteilt. In einem Volumenelement der Dicke  $\Delta x$  und der Einheitsfläche sei der Faseranteil  $v_f$  enthalten. Wird das Faservolumen  $v_f \cdot \Delta x$  durch die Querschnittsfläche einer Faser dividiert, so erhält man die Gesamtfaserlänge in dem betrachteten Volumenelement. Multiplikationen dieser Länge mit dem Faserdurchmesser  $\delta$  liefert die gesamte projizierte Faserfläche  $A$ .

$$A = \frac{4 v_f \Delta x}{\pi \delta} \quad (18)$$

Für ein Molekül, das sich in Richtung des Temperaturgradienten bewegt, stellt  $A$  genau die Wahrscheinlichkeit für einen Molekül-Faser-Zusammenstoß dar. Die kinetische Gastheorie gibt für die Wahrscheinlichkeit eines Zusammenstoßes zweier Gasmoleküle nach Joos /13/

$$W(x) = 1 - e^{-x/L_g} \quad (19)$$

Die Wahrscheinlichkeit für einen Molekül-Faser-Zusammenstoß bei erniedrigtem Druck wird dann analog

$$W(x) = 1 - e^{-x/L_f} \quad (20)$$

In (19) und (20) stellen  $L_g$  und  $L_f$  die mittleren freien Weglängen für Molekül-Molekül bzw. Molekül-Faser-Zusammenstöße dar. Die beiden Gleichungen ergeben gleiche Stoßwahrscheinlichkeiten, wenn in (20)  $x$  durch  $\Delta x$  ersetzt wird. Eine Reihendarstellung von (20) führt dann mit Gleichung (18) auf die mittlere freie Weglänge für ein Molekül in einem Faserstoff.

$$L_f = \frac{\pi \delta}{4 \rho / \rho_f} \quad (21)$$

$L_f$  kann auch als äquivalente Porengröße einer Faserisolierung aufgefaßt werden. Die durchschnittliche freie Weglänge für alle Moleküle innerhalb einer Isolierung errechnet sich nach Verschoor und anderen /10/ aus

$$L = \frac{L_f L_g}{L_f + L_g} \quad (22)$$

Mit diesem Wert wird die Wärmeleitfähigkeit eines Gases innerhalb der Isolierung

$$\lambda_{eg} = \lambda_g \frac{L_f}{L_f + L_g} = C \cdot \rho \cdot c_v \cdot v \frac{L_f L_g}{L_f + L_g} \quad (23)$$

Gleichung (23) setzt voraus, daß der Akkomodationskoeffizient zwischen Gasmolekülen und den Feststoffteilen 1 ist, /5/. Wenn er kleiner ist als 1, wird der nach (23) errechnete Leitfähigkeitswert zu groß. Die Berechnung setzt neben der Kenntnis der Porengröße  $L_f$  die der Konstanten  $C$ , der Dichte  $\rho$ , der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Volumen  $c_v$  und der mittleren Molekül-Geschwindigkeit voraus. Andererseits ist es mit Hilfe der Gleichung (23) möglich, die Porengröße eines Stoffes bei bekannter Leitfähigkeit zu bestimmen. Kistler /14/ machte Gebrauch von dieser Möglichkeit, als er  $L_f$  von Kieselerdeaerogelen bei niedrigen Drücken bestimmte.

In vielen Fällen wird zur Gasleitung die reine Feststoffleitung hinzugefügt, wobei dann, wie schon erwähnt, die Kontaktwiderstände berücksichtigt werden müssen. Krischer /15/ gibt in diesem Fall zwei Grenzwerte an. Im ersten Fall hat das im ersten Abschnitt beschriebene Plattenmodell Gültigkeit, im zweiten Fall verlaufen die Feststoffschichten in Richtung des Wärmestromes. Mit den beiden Volumenteilen  $v_g$  und  $v_f$  erhält man demnach

$$\lambda_{eg1} = \frac{1}{\frac{v_g}{\lambda_g} + \frac{v_f}{\lambda_f}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\rho}{\rho_f}\right) \frac{1}{\lambda_g} + \frac{\rho}{\rho_f} \frac{1}{\lambda_f}} \quad (24)$$

$$\lambda_{eg2} = v_g \cdot \lambda_g + v_f \cdot \lambda_f = \left(1 - \frac{\rho}{\rho_f}\right) \lambda_g + \frac{\rho}{\rho_f} \lambda_f \quad (25)$$

Zwischen diesen beiden Grenzwerten liegt bei allen porösen Stoffen der Leitungsanteil. Ein mit den Gleichungen (24) und (25) gebildeter Mittelwert liefert



$$\lambda_{eg} = \frac{1}{2} \left[ \lambda_g + \frac{\rho}{\rho_f} (\lambda_f - \lambda_g) + \frac{\lambda_f \lambda_g}{\lambda_f - \rho/\rho_f (\lambda_f - \lambda_g)} \right] \quad (26)$$

Hager und Steere /4/ wählen anstelle der Volumenanteile die Einheitsdicke einer Isolierung, die aus einer Gas- und Faserschicht mit den Dicken  $l - \delta$  bzw.  $\delta$  besteht. Auf diese Weise erhält man aus (24):

$$\lambda_{eg} = \frac{\lambda_f \lambda_g}{\lambda_f - \delta (\lambda_f - \lambda_g)} \quad (27)$$

Dieser Ausdruck entspricht dem letzten Term der Gleichung (26).

#### 4. Wärmeübertragung infolge Strahlung

Die häufig anzutreffende Meinung, daß ein Strahlungsaustausch erst bei hohen Temperaturen und großen Temperaturdifferenzen feststellbar sei, scheint nicht auf Faserisolierungen zuzutreffen. Aus einigen Arbeiten geht hervor, daß schon bei kleinen Temperaturen, etwa Umgebungstemperatur, ein meßbarer Wert auf Wärmestrahlung entfällt. Nach Poltz /17/ ist es vor allem wichtig, bei Wärmeleitfähigkeitsmessungen die Strahlung immer zu berücksichtigen. Bei merklichem Strahlungsanteil ist die gemessene effektive Leitfähigkeit meist keine Stoffkonstante mehr, da sie im wesentlichen von der Schichtdicke des Probenkörpers abhängt. Weiter ist sie eine Funktion des Emissionsgrades der Begrenzungsflächen und der Probenform, z. B. eben oder zylindrisch.

Sind  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  die Emissionszahlen der Platten, zwischen denen der Prüfling liegt und ist  $\sigma$  die Stefan-Boltzmann-Konstante, so errechnet sich die durch Strahlung übertragene Wärme aus

$$q_s = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} \quad (28)$$

Dabei ist angenommen, daß die Probe eben ist, d. h. die Flächen der warmen und kalten Platten sind gleich. Ferner soll das Isolationsmaterial nicht

absorbieren. Sind die Emissionszahlen gleich, also  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$ , so wird aus (28)

$$q_s = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{2/\epsilon - 1} \quad (29)$$

Bei kleinen Temperaturdifferenzen  $\Delta T = T_1 - T_2$  läßt sich der Ausdruck  $T_1^4 - T_2^4$  annähernd durch

$$T_1^4 - T_2^4 \approx 4 \cdot T^3 \cdot \Delta T$$

ersetzen, wobei T die Mitteltemperatur  $T = 1/2 (T_1 + T_2)$  sein soll. Somit erhält man mit Hilfe der Beziehung (29):

$$q_s = \frac{4 \cdot \sigma \cdot T^3 \cdot \Delta T}{2/\epsilon - 1} \quad (30)$$

Mit Gleichung (1) wird, wenn man die effektive Leitfähigkeit  $\lambda_{\text{eff}}$  durch die Strahlungsleitfähigkeit  $\lambda_s$  ersetzt,

$$\lambda_s = \frac{4 \cdot \sigma \cdot T^3}{2/\epsilon - 1} d \quad (31)$$

Im Falle schwarzer Begrenzungsflächen, also  $\epsilon = 1$ , wird der Nenner in (31) zu 1. Sieht man im folgenden zunächst von den Strahlungseigenschaften der Begrenzungsplatten ab und betrachtet nur die Strahlungseigenschaften der Fasern, die in Ebenen angeordnet sind, so gelangt man auch hier je nach Annahme der Stoffeigenschaften zu mehr oder weniger komplizierten Berechnungsverfahren. Nusselt /6/ nimmt an, daß die Oberflächen der vom Feststoff gebildeten Lamellen schwarz strahlen. Wendet man dies auf das in /8/ beschriebene Fasermodeill an, läßt sich für die Leitfähigkeit infolge Strahlung schreiben:

$$\lambda_s = 4 \cdot \sigma \cdot T^3 \delta \left( \frac{\rho}{\rho_f} - 1 \right) \quad (32)$$

Zu einer ähnlichen Beziehung kommen Hager und Steere /4/. Sie setzen voraus, daß das Fasermaterial undurchsichtig und ideal schwarz und der Faserdurchmesser sehr viel größer als die vorherrschende Wellenlänge der Strahlungsenergie ist, so daß Brechungseffekte vernachlässigbar sind.

Es wird nur der Strahlungsaustausch zwischen den Fasern betrachtet. Mit diesen Annahmen wird

$$\lambda_s = 4 \cdot \sigma \cdot T^3 \cdot \delta \frac{\rho_f}{\rho} \quad (33)$$

Eine umfassendere Betrachtung der vorstehend genannten Autoren, die einen konstanten Temperaturgradienten in Richtung des Wärmeflusses voraussetzt, befaßt sich mit der Wahrscheinlichkeit, mit der die Strahlung ungehindert eine Wegstrecke passieren kann. Es wird wieder eine freie Weglänge für Photonen-Faser-Zusammenstöße definiert. Die Berechnungen, auf die nicht näher eingegangen werden soll, liefern anstelle des Faktors 4 in Gleichung (33) 4,5, also einen um 12,5 % höheren Wert.

Die Gleichungen (32) und (33) setzen zur Berechnung der Leitfähigkeit infolge Strahlung relativ leicht zu bestimmende Größen, nämlich die mittlere Temperatur der Isolierung, einen mittleren Faserdurchmesser und neben der Packungsdichte die Dichte des Materials voraus. Der Aufbau der Gleichungen ist ähnlich. Gleichung (32) liefert etwas niedrigere Ergebnisse.

Da in Wirklichkeit die Fasern weder schwarz sind noch ihr Durchmesser so groß angenommen werden kann, daß Brechungseffekte vernachlässigbar sind, müßten zur Berücksichtigung dieser Effekte Absorptions- und Emissionseigenschaften der betrachteten Fasern bekannt sein. Sind die Schichten lichtundurchlässig, kann man mit den Emissionszahlen der Materialien, aus denen die Fasern hergestellt sind, rechnen /4/. Elektrische Nichtleiter weisen Emissionszahlen von etwa 0,92 auf. Deshalb ist anzunehmen, daß tatsächliche Fasern weniger als in der Theorie angenommen absorbieren und emittieren. Die von einer Faser direkt ausgesandte und von einer anderen absorbierte Energie wird verringert. Im Gegensatz zu schwarzen Fasern reflektieren aber wirkliche Fasern. Ein Teil der entgegen dem thermischen Fluß emittierten Strahlung wird zurückgestreut, während ein anderer Teil in Richtung des Wärmestromes vorwärts gestreut wird. Nach Ansicht von Hager und Steere /4/ ist daher anzunehmen, daß Fasern mit



hohen Emissionszahlen so zu behandeln sind, als seien sie schwarz.

Strong und andere /5/ setzten Fasern mit einem Durchmesser voraus, der wesentlich kleiner ist als die Zwischenräume zwischen den Fasern. Sie nehmen an, daß, wenn Strahlungsenergie auf eine Faser fällt, ein Teil  $\epsilon'$  absorbiert und später als thermische Strahlung der Temperatur zurückgestrahlt wird, bei der sie vorher absorbiert worden war. Die Orientierung der Fasern in dem betrachteten Volumenelement werde mit der Größe  $H$  erfaßt, die von der Art des untersuchten Materials abhängig ist. Der Temperaturgradient sei wieder konstant. Die Integration über den betrachteten Halbraum liefert die Beziehung

$$\lambda_s = \sigma \cdot T^3 \cdot \delta \frac{\rho_f}{\rho} \cdot \frac{H\pi}{\epsilon'} \quad (34)$$

Sind die Fasern in drei Richtungen orientiert, wird  $H$  mit  $8/3$  angegeben. Für den Fall, daß die Fasern in Ebenen senkrecht zum Wärmestrom verlaufen, ist  $H = 3,24$ .

Kennt man die mittlere freie Weglänge  $L$  bei Zusammenstößen von Photonen mit Fasern, die die Photonen anschließend absorbieren, läßt sich die Leitfähigkeit infolge Strahlung berechnen aus

$$\lambda_s = 4 \cdot \sigma \cdot T^3 \cdot \frac{4}{3} \cdot L$$

Van der Held /16/ berücksichtigt Absorption und Streuung. Jedes Volumenelement seines Modells sendet Strahlung aus, die von der Temperatur des Elementes abhängt, und solche, die von anderen Elementen herrührt und im betrachteten Element zerstreut wird. Die von dem Autor angegebene Beziehung lautet

$$\lambda_s = 4 \cdot \sigma \cdot T^3 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{n^2}{k} \quad (35)$$

Hier bedeuten  $n$  das Brechungsverhältnis und  $k$  die Extinktionszahl. In (35) wurde vorausgesetzt, daß  $n^2/k$  von der Wellenlänge unabhängig ist.

Allerdings wird der Quotient eine Funktion der mittleren Temperatur sein. Poltz /17/ gibt eine ähnliche Beziehung wie (35) an. Es wurde bei der Berechnung das Lamellenmodell zugrunde gelegt, wobei die einzelnen Isolierschichten als absorbierend angenommen wurden. Der einzige Unterschied zu (35) besteht darin, daß das Brechungsverhältnis  $n$  fehlt.

Czerny und Genzel /18/ haben bei der Berechnung des Strahlungstransportes in Gläsern die Gleichung  $4 \cdot \sigma \cdot T^3 \cdot 4/3 \cdot n^2/m^2$  angegeben. Mit  $m$  wird hier der Absorption Rechnung getragen. Diese Beziehung wird auch von Chekhovskoi und anderen /19/ bei der Berechnung der Leitfähigkeit infolge Strahlung in Graphit benutzt. Der Aufbau der zuletzt genannten Gleichung entspricht dem der Beziehungen (34) und (35). Faserdurchmesser und Dichteverhältnis werden allerdings nicht benötigt.

Verschoor und Greebler /10/ gelangen durch eine Reihenentwicklung auf die im Mittel durch Strahlung übertragene Wärmemenge

$$Q_{ms} = \sum_{n=1}^{d/2L_f} \sigma \left[ \left( T + \frac{n L_f}{d} \Delta T \right)^4 - T^4 \right] (1 - \epsilon')^{n-1} \quad (36)$$

Mit  $d$  wird wieder die Isolierstärke bezeichnet,  $n$  ist die Anzahl der Lamellen. Die Größe  $\epsilon'$  stellt den Bruchteil der auftreffenden Strahlungsenergie dar, der von einer Faser absorbiert wird, s. Gleichung (34). Nach Aussagen der Verfasser ist bei den meisten Isolierungen der Ausdruck  $L_f \cdot \Delta T/d$  im Vergleich zur mittleren Temperatur  $T$  groß, so daß in guter Näherung Gleichung (36) geschrieben werden kann als

$$Q_{ms} = 4 \cdot \sigma \cdot T^3 \frac{L_f \cdot \Delta T}{d \epsilon'^2} \quad (37)$$

Unter Verwendung der Gleichung (21) wird die Leitfähigkeit infolge Wärmestrahlung, wenn man  $Q_{ms}$  durch den Temperaturgradienten  $\Delta T/d$  dividiert,

$$\lambda_s = \pi \frac{1}{\epsilon'^2} \sigma \cdot T^3 \frac{\delta}{\rho/\rho_f} \quad (38)$$

Thipgen und Short /8/ geben ohne Ableitung eine Beziehung an, die einen Geometriefaktor  $F_A$  für die Anordnung der Fasern und einen Faktor  $F_\epsilon$  für Absorption und Emission beinhaltet. Als Bezugslänge dient die Isolierdicke  $d$ . Setzt man wieder kleine Temperaturdifferenzen voraus, läßt sich schreiben

$$\lambda_s = 4 \cdot \sigma \cdot F_A \cdot F_\epsilon \cdot d \cdot T^3 \quad (39)$$

Eine umfangreiche Untersuchung über den Wärmetransport infolge Strahlung durch poröse Medien, Schaumstoffe und Fasern, ist von Larkin und Churchill /2/ durchgeführt worden. Dieser liegt das Zweifach-Wärme flu ß - Modell zugrunde. Es werden also Wärmeströme in Richtung des Temperaturgefälles und entgegengesetzt dazu betrachtet. Diese beiden Wärmeströme seien  $Q_{s1}$  und  $Q_{s2}$ . Absorption und Rückstreuung werden berücksichtigt. Die Grundgleichungen lauten:

$$\frac{dQ_{s1}}{dx} = -n(BA_s + A_a)Q_{s1}(x) + nBA_sQ_{s2}(x) + nA_a \cdot \sigma \cdot T^4 \quad (40)$$

$$-\frac{dQ_{s2}}{dx} = -n(BA_s + A_a)Q_{s2}(x) + nBA_sQ_{s1}(x) + nA_a \cdot \sigma \cdot T^4 \quad (41)$$

Die Richtung des Wärme flu ß gefälles sei  $x$  und die Anzahl der Streuungen im Einheitsvolumen  $n$ . Der Absorptions- und Emissionsquerschnitt pro Streuung ist  $A_a$ , der Streuquerschnitt  $A_s$ . Mit  $B$  wird der Anteil der in den Halbraum gestreuten Strahlung bezeichnet. Die zur Lösung des Problems erforderliche dritte Beziehung lautet

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} + Q_{s1}(x) - Q_{s2}(x) \quad (42)$$

Die Leitfähigkeit  $\lambda$  enthält, wie eingangs schon erwähnt, die Anteile infolge Wärmeleitung und Konvektion. Die die Isolierprobe begrenzenden undurchlässigen Platten haben die Emissionszahlen  $\epsilon_1$  und  $\epsilon_2$ . Für nichtabsorbierende Isoliermaterialien, d. h.  $n \cdot A_a = 0$ , lautet die Lösung

$$q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{d} + \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1 + nBA_s d} \quad (43)$$

Die Lösung für absorbierende Materialien verlangt großen mathematischen Aufwand. Daher wird im folgenden dieser Fall nicht näher behandelt. Die Querschnitte  $N = n \cdot B \cdot A_s$ ,  $M = n (B \cdot A_s + A_a)$  und  $P = M - N = n \cdot A_a$  sind abhängig von den Eigenschaften der Isolierungen. Im Prinzip lassen sie sich aus der elektromagnetischen Theorie ableiten, wenn die Anteile infolge Brechung und Absorption bekannt sind. Der Rückstreuquerschnitt  $N$  für eine Faserschicht ergibt sich unter Berücksichtigung von Feststoff- und Gasanteil zu

$$N = \frac{4BK_s}{\pi\delta} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_f}\right) \quad (44)$$

Für den Absorptionsquerschnitt erhält man

$$P = \frac{4K_a}{\pi\delta} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_f}\right) \quad (45)$$

$K_s$  und  $K_a$  sind Streu- bzw. Absorptionszahlen einer Faser oder Pore. Die Querschnitte  $N$  und  $P$  sind umgekehrt proportional zum Faserdurchmesser  $\delta$ , wenn er sehr viel größer als die Wellenlänge, und proportional zum Durchmesser, wenn er sehr viel kleiner als die Wellenlänge des Lichts ist.

Leider ist die Berechnung der durch Strahlung übertragenen Wärme ohne experimentelle Bestimmung der Größen  $N$  und  $P$  nicht möglich. Die Autoren geben gemessene Werte für einige Schaum- und Faserstoffe an, so daß für diese Materialien die Berechnungen durchgeführt werden können. Es zeigen sich vor allem starke Abhängigkeiten dieser Querschnitte von Faserdurchmesser und Temperatur. Eine Anwendung der angegebenen Werte auf andere Stoffe scheint nicht möglich.

## 5. Wärmeübertragung infolge freier Konvektion

Bei Isolierdichten von  $\rho = 250 \text{ kg/m}^3$  und einer Faserdichte von etwa  $\rho_f = 2500 \text{ kg/m}^3$  beträgt der Gasanteil in der Isolierung 90 %. Bei Rohdichten bis hinunter auf  $25 \text{ kg/m}^3$  vergrößert sich dieser Anteil bis auf 99 %. Der Feststoffanteil liegt also zwischen 10 und 1 %. Der Anteil der freien Konvektion an der gesamten Wärmeübertragung wird je geringer sein, desto kleiner die Gasräume sind. Nach Cammerer /20/, der die Ergebnisse verschiedener Autoren zusammengefaßt mitteilt, nimmt die Isolierwirkung poröser Stoffe, die aus demselben Feststoff und mit gleicher Porösität gefertigt werden, mit zunehmender Rohdichte zu. Streng genommen gilt dies jedoch nur für Stoffe, die einzeln voneinander getrennte Poren enthalten. Bei Faserstoffen wirkt sich eine Gasbewegung auf den gesamten zusammenhängenden Gasraum aus. Die Fasern stellen für das strömende Gas einen Widerstand dar, so daß bei höheren Stopfdichten infolge des größeren Strömungswiderstandes eine Verminderung der übertragenen Wärme zu erwarten ist. Wegen des hohen Gasanteils werden die bisher vorliegenden Berechnungen für reine Gasräume, ohne Berücksichtigung der Fasern, durchgeführt.

Kenngröße für die freie Konvektion in freien Gas- bzw. Flüssigkeitsschichten ist die Rayleigh-Zahl

$$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot \rho_g^2 \cdot d^3 \cdot c_{pg}}{\eta_g \cdot \lambda_g} \quad (46)$$

Im allgemeinen wird der Ausdehnungskoeffizient  $\beta$  mit der mittleren Temperatur, also  $1/T$ , gebildet. Die Größe  $d$  ist eine kennzeichnende Längenabmessung. Je nach Anordnung der Schicht und Richtung des Wärmeflusses ist eine Erhöhung der reinen Gasleitung zu erwarten. Liegen die Schichten horizontal und verläuft der Wärmestrom von unten nach oben, so tritt eine Vergrößerung des Wärmetransports auf, da die wärmeren unten liegenden Schichten infolge des Auftriebs aufsteigen. Bei entgegengesetzter Richtung des Wärmestromes ist keinerlei Konvektion feststellbar.



Werden die Schichten vertikal angeordnet und wird eine Seite dieser Schicht beheizt, so steigt das Gas auf dieser Seite nach oben und fällt, da die Dichte auf der kalten Seite größer ist, auf dieser nach unten. Infolge dieser Bewegung erfolgt ein Wärmetransport an die kältere Wand. Der Vorgang ist in diesem Fall abhängig von dem Höhen- bzw. Dickenverhältnis, wie Mull und Reiher /21/ gezeigt haben, siehe auch Gröber, Erk, Grigull /22/.

Zur Zeit liegen nur wenige - zum Teil sich widersprechende - Meßergebnisse über den Einfluß der freien Konvektion in Faserstoffen vor. Diese sind in dem Buch von Wilkes /23/ enthalten. Berechnungsunterlagen fehlen jedoch. Griffiths /24/ stellte einen starken Einfluß der Schichthöhe bei vertikaler Anordnung der Proben fest, während Rowley und Lund /25/ sowohl bei senkrechter als auch bei waagerechter Anordnung keinen wesentlichen Unterschied feststellen konnten. Lorentzen und Brendeng /26/ teilen Leitfähigkeitswerte für Kühlhauswände, die mit Faserstoffen isoliert waren, mit und vergleichen sie mit im horizontalen Einplattengerät gewonnenen Ergebnissen. Außerdem geben sie eine auf theoretischem Wege gewonnene Kurve an. Für diese Berechnung wurde der Strömungswiderstand der Fasern berücksichtigt. Weitere Angaben fehlen. Für große Rohdichten besteht zwischen gerechneten und gemessenen Ergebnissen recht gute Übereinstimmung.

Auf die Möglichkeiten, aus Druckverlustmessungen an porösen Stoffen Aussagen bezüglich der Wärmeleitfähigkeit zu gewinnen, hat Kling /12/ hingewiesen, der hauptsächlich Isoliersteine unter hohem Druck untersuchte. Er teilt Werte für Zementasbeststeine in verschiedenen Gasen mit. Die mit einer "Nusselt'schen Kugel" durchgeführten Versuche gingen bis zu einem maximalen Druck von etwa 900 bar. Trägt man die Wärmeleitfähigkeitswerte für verschiedene Steine und Gase in Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz auf, so stellt man häufig ein Maximum in dem Verlauf fest. Die Erklärung liegt nach Kling in folgendem: sind nach /22/, entsprechend der kinetischen Gastheorie,  $\eta \sim T^{1/2}$  und  $\lambda \sim T^{1/2}$  und nimmt man  $c_p$  als temperatur- und druckunabhängig an, so wird mit  $\beta = 1/T$  und  $\rho = PM/RT$

$$Ra \approx \frac{\Delta T d^3 p^2 M^2}{T^4} \quad (47)$$

Die Rayleighzahl ist also direkt proportional der Temperaturdifferenz  $\Delta T$ , der zweiten Potenz vom Druck  $p$  und Molekulargewicht  $M$  und umgekehrt proportional der vierten Potenz der absoluten mittleren Temperatur.

Nimmt nun die Temperatur auf der wärmeren Seite zu, so wächst auch der Einfluß der freien Konvektion zunächst etwa linear mit  $\Delta T$ . Bei größerem Temperaturgefälle steigt auch die mittlere Temperatur. Dadurch wird der Kurvenverlauf infolge  $T^4$  im Nenner rasch flacher. Später wird die Steigung negativ, so daß sich ein Maximum ergibt.

Die neuesten Untersuchungen stammen von Mordchelles-Regnier und anderen /27/ und Furber und Davidson /28/. Diese Autoren versuchen, die Vorgänge infolge freier Konvektion mathematisch zu behandeln. Hier wird der Erhöhung des Strömungswiderstandes infolge des enthaltenen Fasermaterials Rechnung getragen durch die Permeabilität oder Durchlässigkeit  $\delta$ . Unter Berücksichtigung der Auftriebskräfte läßt sich das Darcy'sche Gesetz für poröse Körper durch die Vektorgleichung

$$-\mu \cdot w = \delta (\text{grad } p + g \cdot \rho) \quad (48)$$

darstellen. Mit  $p$  wird der Druck, mit  $w$  die Geschwindigkeit und mit  $\mu$  die Zähigkeit bezeichnet. Nach /28/ läßt sich die Permeabilität allgemein mit Hilfe der Gleichung (6) ausdrücken durch

$$\delta = \left( \frac{\rho}{\rho_f} \right)^2 \frac{\delta^2}{2A} \quad (49)$$

Die Größe  $A$  ist ein Stoffwert. Sie ist definiert durch die Beziehung des Druckverlustbeiwertes bei laminarer Rohrströmung

$$\psi = A \cdot Re^{-1} \quad (50)$$

Aus Druckverlustmessungen in Fasermaterialien läßt sich  $A$  bestimmen.

Mit Hilfe des Energiesatzes und der Gleichung (48) ist die Berechnung der Temperatur- und Geschwindigkeitsverteilung in einem porösen Körper möglich. Es wird dabei jedoch isotrope Wärmeleitfähigkeit vorausgesetzt. Dies entspricht zwar nicht den tatsächlichen Gegebenheiten, aber diese Annahme ist mit hinreichender Genauigkeit richtig. Die örtlichen Gas- und Fasertemperaturen werden wegen des großen Gasanteils gleich angenommen. Das Gleichungssystem läßt sich im Falle freier Konvektion bei vertikaler Anordnung der Isolierung unter folgenden Bedingungen lösen:

1. Die Temperaturen auf der kalten Seite sind konstant über die Länge. Es erfolgt, da die Wand dicht ist, keine Gasströmung.
2. An den Schmalseiten der Isolierung strömen weder Wärme noch Gas.
3. Die Temperaturen auf der heißen Seite sind konstant über die Länge. Die Druckverteilung ist gleich der in einer ruhenden Gassäule.

Die Lösung erfordert großen mathematischen Aufwand. Furber und Davidson /28/ teilen Ergebnisse mit, die sich als Grenzfälle des Gleichungssystems ergeben haben. Für große Rayleighzahlen, das bedeutet also große Strömungsgeschwindigkeiten in dem Volumenelement, versagen die Lösungsmethoden.

Die dimensionslose Darstellung der Differential-Gleichungen führt auf eine andere Definition der Rayleigh-Zahl als Gleichung (46). Für poröse Körper wird

$$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot \rho_g^2 \cdot d \cdot c_p \cdot B}{\eta_g \cdot \lambda_g} \quad (51)$$

B ist hier die Permeabilität in Richtung der kennzeichnenden Länge d, die im vorliegenden Fall gleich der Gesamthöhe der Probe ist. Für  $\beta$  läßt sich wieder  $1/T$  schreiben. Den Einfluß der freien Konvektion erfaßt oder beschreibt man meist durch Einführung der Nusselt-Zahl, die ein Maß für die Erhöhung der reinen Gasleitung darstellt. Es ist

$$Nu = \frac{\lambda_k}{\lambda_g} \quad (52)$$

In /27/ und /28/ werden Nu-Beziehungen für einige Faserstoffe mitgeteilt. Erste Ergebnisse für den oben beschriebenen Fall wurden vom Zentralinstitut für Mathematik erzielt. Dabei wurden die Stoffwerte für die mittlere Temperatur und einen mittleren Druck berechnet. Dadurch ergeben sich konstante Koeffizienten in dem Differential-Gleichungssystem. Später soll versucht werden, das Programm für druck- und temperaturabhängige Stoffwerte umzuarbeiten.

## 6. Ergebnisse und Vergleich mit Literaturangaben

Im folgenden werden Ergebnisse, die nach einigen Beziehungen zur Berechnung der effektiven Leitfähigkeit, siehe Abschnitt 2, bestimmt wurden, mitgeteilt und mit Werten der Literatur verglichen.

Zur Berechnung selbst sind noch einige Vorbemerkungen zu machen. Als Gase wurden Luft und Helium gewählt. Helium ist für die Linie der Hochtemperaturreaktoren von großer Bedeutung. Luft bietet gute Vergleichsmöglichkeiten. Die erforderlichen Stoffwerte - die Wärmeleitfähigkeit beider Gase, bei Helium auch die Dichte - sind den Stoffwertberichten /29/ und /30/ entnommen. Die Rohdichte  $\rho$  wurde in einem weiten Bereich bis  $300 \text{ kg/m}^3$  variiert, während die Dichte  $\rho_f$  des Feststoffes mit  $2200 \text{ kg/m}^3$  konstant gehalten wurde. Dies ist ein von einigen Firmen angegebener Mittelwert. Kontrollrechnungen mit etwa 10 % kleineren oder größeren Dichten brachten nur geringfügige Änderungen in den effektiven Leitfähigkeiten.

Da über die Feststoffleitfähigkeit der Faserstoffe keine Angaben zu finden waren und die Fasern zum Teil aus Quarz oder ähnlichen Materialien bestehen, wurde nach /31/ ein Mittelwert für  $\lambda_f$  von  $1,38 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$  festgelegt. Die Temperaturabhängigkeit blieb unberücksichtigt. Der Faserdurch-

messer  $\delta$  wurde zu  $10^{-6}$ ,  $5 \cdot 10^{-6}$  und  $10^{-5}$  m angenommen. Die freie Konvektion konnte, da keine Angaben darüber zu finden, nicht berechnet werden.

Da alle Beziehungen zur Berechnung der Leitfähigkeit infolge Strahlung bis auf zwei Gleichungen weitere Stoffgrößen enthalten, die sich, wenigstens im Augenblick, der Kenntnis entziehen, wurden der Berechnung die Gleichungen (32) und (33) zugrunde gelegt. In Abbildung 2 sind die nach Gleichung (33) berechneten Strahlungsleitfähigkeitswerte in Abhängigkeit von der Mitteltemperatur  $T$  dargestellt. Als Parameter wurde die Packungsdichte gewählt. Die Faserdicke beträgt  $5 \cdot 10^{-6}$  m. Im Falle kleiner Stopfdichten, also hohem Gasgehalt, ist die Leitfähigkeit groß. Sie steigt mit wachsender Temperatur wegen  $\lambda_s \sim T^3$  rasch an. Große Packungsdichten, z.B.  $300 \text{ kg/m}^3$ , die durchaus erreichbar sind, verhindern fast vollständig einen Wärmetransport infolge Strahlung.

In den Abbildungen 3, 4, 5 und 6 ist die effektive Leitfähigkeit in Abhängigkeit von der Packungsdichte dargestellt. Zum Vergleich sind einige der Literatur entnommene Meßwerte eingezeichnet. Als Grundlage dienten die Beziehungen (7), (8), (9), (10), (13) und (26). Die Abbildungen 3 und 4 gelten für Luft von 1 bar Druck, die beiden anderen für Helium von 1 - 40 bar, da die Gasleitfähigkeit fast druckunabhängig ist.

Allen Verläufen bis auf den nach Gleichung (26) gemein ist ein bei kleinen Packungsdichten zunächst steiler Abfall der Leitfähigkeit. Die Ursache liegt hier in dem hohen Gasgehalt, d.h. die Strahlung wird wegen  $\lambda_s \sim 1/\rho$  sehr groß. Im Grenzfall, also für  $\rho = 0$ , gehen die Leitfähigkeitswerte der Beziehungen (7), (10) und (13) gegen  $\lambda_{\text{eff}} = \lambda_g + \lambda_s$ . Das bedeutet also, da  $\lambda_s$  gegen unendlich geht, daß auch  $\lambda_{\text{eff}}$  unendlich wird. Die Gleichungen (24), (25) und (26) liefern als Grenzwert die reine Leitfähigkeit des Gases. Im weiteren Verlauf ist die Neigung null oder nur schwach positiv.

Die niedrigsten Werte liefert in allen Fällen die Beziehung von Nusselt, Nr. (7). Bei Luft ist hier ab Packungsdichten von etwa  $30 \text{ kg/m}^3$  kein Einfluß der Rohdichte mehr festzustellen. Nur wenig höhere Werte liefert bei



höheren Packungsdichten Gleichung (10). Die Leitfähigkeit  $\lambda'_f$  infolge unregelmäßiger Kontakte wurde nach /4/ berechnet. Zu diesem Zweck wurde die reine Feststoffleitung mit  $(\rho / \rho_f)^3$  multipliziert. Bei kleinen Dichten fallen die Kurven nach (7), (10) und (13) zusammen. Die Verläufe nach Gleichung (8) und (13) weisen ein Minimum auf, das bei recht kleinen Packungsdichten liegt. In diesem Fall würde also eine Erhöhung der Stopfdichte, die wegen des Mehrverbrauchs an Fasermaterial mit erhöhten Kosten verbunden wäre, zu größeren unerwünschten Leitfähigkeiten führen. Die Zunahme der Leitfähigkeitswerte ist nach Durchlaufen des Minimums bei Verwendung von Gleichung (8) größer als bei Benutzung der Beziehung (13), wie die Abbildungen 3 - 6 zeigen.

Ein Vergleich zwischen Abbildung 3 und 4 zeigt einen deutlichen Einfluß der Temperatur. Abbildung 3 gilt für eine Temperatur von  $65,5^\circ\text{C}$ , Abbildung 4 für eine von  $288^\circ\text{C}$ . Für diese beiden Temperaturen sind Meßergebnisse bekannt, die in beide Diagramme eingezeichnet sind. Verschoor und Greebler /10/ teilen Ergebnisse mit, die sie an zwei Typen von Isolierungen gewonnen haben. Die beiden Produkte aus Glasfaserfilz weisen keine Bindemittel auf. Typ A hatte einen mittleren Faserdurchmesser von  $2,58 \cdot 10^{-6}\text{ m}$ , Typ B einen von  $1,51 \cdot 10^{-6}\text{ m}$ . Die Faserdicken waren also etwa um den Faktor 2 - 3,3 tiefer als die der Rechnung zugrunde gelegten Durchmesser von  $5 \cdot 10^{-6}\text{ m}$ . Ein weiterer Unterschied lag in dem spezifischen Gewicht der Fasern. Typ A und B hatten nach Angaben der Verfasser spezifische Gewichte von  $2010\text{ kg/m}^3$  bzw.  $2500\text{ kg/m}^3$ . Da jedoch der Einfluß von  $\rho_f$ , wie eingangs erwähnt, nur geringfügig ist, dürfte dieser Unterschied bei einem Vergleich keine Rolle spielen. Die für  $T = 65,5^\circ\text{C}$  eingezeichneten Meßergebnisse, Abbildung 3, stimmen am besten mit den Rechenergebnissen der Gleichungen (7) und (10) und eventuell noch (13) überein.

Für  $T = 288^\circ\text{C}$ , Abbildung 4, liegen Angaben von Thipgen und Short /8/ und von der Firma Johns Manville /31/ vor. Während in /8/ weitere Angaben bezüglich Faserdurchmesser und spezifischem Gewicht fehlen - die untersuchte Isolierung trägt den Namen Thermoflex - gelten die Werte von

Johns Manville für einen mittleren Durchmesser von  $3 \cdot 10^{-6}$  m. Die Namen der Isolierungen sind Cera-Faser bzw. Fiberchrome. Die Cera-Produkte - erhältlich in vielerlei Form - sind Filzisolierungen aus verfasertem Tonerdesilikat. Fiberchrome hat die mechanischen Eigenschaften der Cera-Produkte. Es besteht aus Chrom/Aluminiumsilikat und ist für Temperaturen bis zu  $1500^{\circ}\text{C}$  einsetzbar. Die Wärmeleitfähigkeiten entsprechen denen der Cera-Stoffe. Es läßt sich eine recht gute Übereinstimmung der Meßwerte untereinander feststellen. Die maximale Abweichung beträgt bei einer Packungsdichte von  $\rho = 50 \text{ kg/m}^3$  weniger als 10 %, bei höheren Dichten geht sie gegen Null. Im Falle niedriger Stopfdichten, etwa im Bereich  $0 \leq \rho \leq 50 \text{ kg/m}^3$ , unterscheiden sich die gemessenen und gerechneten Werte stärker. Erst ab  $120 \text{ kg/m}^3$  ist eine gute Übereinstimmung mit den nach Gleichung (13) berechneten Werten festzustellen. Die Differenzen zu den Werten nach Gleichung (7) betragen hier bis zu 30 %.

Einen ähnlichen Verlauf wie die Kurven nach (7) bzw. (10) weisen die Rechenwerte nach Gleichung (9) auf. Die Ergebnisse liegen jedoch durchweg um über 100 % höher. Erst bei Stopfdichten ab etwa 130 bzw.  $200 \text{ kg/m}^3$  sind die Ergebnisse nach (8) größer als die nach (9).

Sieht man von den nach Gleichung (9) berechneten Ergebnissen ab, so zeigen die berechneten Wärmeleitfähigkeitswerte bei Verwendung von Helium die beste Übereinstimmung untereinander im Bereich von etwa  $\rho = 20 - 25 \text{ kg/m}^3$ , siehe die Abbildungen 5 und 6. Alle Verläufe mit Ausnahme der nach Gleichung (26) berechneten Kurve weisen ein Minimum auf. Die Ergebnisse nach den Beziehungen (7) und (10) zeigen nach Durchlaufen des Minimums jedoch nur einen schwachen Anstieg mit wachsender Packungsdichte. Gleichung (9) liefert wie schon bei Luft auch hier um über 100 % zu hohe Werte, verglichen mit denen nach (7) und (10). Das von Eucken vorgeschlagene Modell, bei dem ein Drittel aller Poren genau parallel zum Wärmestrom verläuft, scheint für die Berechnung der Wärmeleitfähigkeiten von Faserstoffen nicht geeignet.

Von Verschoor und Greebler /10/ gemessene Werte sind in Abbildung 5 für  $T = 65,5^{\circ}\text{C}$  eingezeichnet. Die größte Packungsdichte beträgt allerdings nur  $64\text{ kg/m}^3$ , so daß ein Vergleich schlecht durchführbar ist. Für  $T = 288^{\circ}\text{C}$ , siehe Abbildung 6, ist eine recht gute Übereinstimmung zwischen den von Thipgen und Short /8/ mitgeteilten Meßwerten und den nach (7) bzw. (10) berechneten Ergebnissen bei hohen Dichten festzustellen. Im Falle kleiner Rohdichten betragen die Abweichungen bis zu etwa 25 %. Die oben beschriebenen Abbildungen enthalten auch die Rechenergebnisse nach Beziehung (26), den Mittelwert aus (24) und (25). Da in dieser Gleichung die Leitfähigkeit infolge Strahlung nicht erscheint, sondern nur anteilmäßig die Leitfähigkeiten von Gas und Feststoff enthalten sind, eignet sich diese Beziehung besonders gut für erste Überschlagsrechnungen. Bis zu Dichten von etwa  $150\text{ kg/m}^3$  stellen die Ergebnisse einen guten Mittelwert dar. Verglichen mit den eingetragenen Meßpunkten sind die Werte zu hoch.

Der Vergleich zwischen den Rechenergebnissen und den Literaturwerten müßte eigentlich bei denselben Bedingungen durchgeführt werden, also gleichem spezifischem Gewicht der Fasern und gleichem Durchmesser. Die Abhängigkeit der Leitfähigkeit von der Temperatur mit den Parametern Packungsdichte und Faserdurchmesser zeigen die Bilder 7 und 8. Die erste Abbildung gilt für Luft, die zweite für Helium. Die Durchmesser wurden zu  $10^{-6}\text{ m}$  bzw.  $10^{-5}\text{ m}$  gewählt. Im Falle kleiner Packungsdichten, z. B.  $\rho = 50\text{ kg/m}^3$ , und kleiner Temperaturen ist der Einfluß des Faserdurchmessers bei Luft größer als bei Helium. Dies hängt mit der im Vergleich zu Luft höheren reinen Gasleitfähigkeit zusammen. Da die infolge Strahlung übertragene Wärme von der Gasart unabhängig und somit in beiden Fällen gleich ist, muß ein größerer Faserdurchmesser bei Luft auch größere Änderungen der Gesamtleitfähigkeit als bei Helium bewirken. Die Differenzen betragen bei Luft,  $\rho = 50\text{ kg/m}^3$  und  $T = 65,5^{\circ}\text{C}$  etwa 30 %, wenn  $T = 288^{\circ}\text{C}$  etwa 40 %, bei Helium und denselben Daten etwa 10 % bzw. 12 %. Da jedoch die Faserdurchmesser der untersuchten Isolierungen, deren Meßergebnisse in den Abbildungen 3 - 6 dargestellt sind, nicht so stark von dem der Rechnung zugrunde gelegten Durchmesser von  $\delta = 5 \cdot 10^{-6}\text{ m}$  abweichen, können die Ergebnisse durchaus miteinander

verglichen werden. Mit steigenden Temperaturen werden die Differenzen, zumal bei kleiner Packungsdichte, rasch größer.

In den Abbildungen 9 und 10 ist die Gesamtleitfähigkeit in Abhängigkeit von der mittleren Temperatur dargestellt. Wie Abbildung 9 zeigt, fallen die Ergebnisse nach Gleichung (7), (10) und (13) zusammen. Die Unterschiede sind bei einer Packungsdichte von  $50 \text{ kg/m}^3$  nicht mehr darstellbar. Nur wenig höhere Ergebnisse liefert Gleichung (8). Bis zu einer Temperatur von etwa  $500^\circ\text{C}$  ist Gleichung (26) durchaus noch anwendbar, doch dann macht sich der Strahlungseinfluß stärker bemerkbar. Die Differenzen werden größer, im Gegensatz zu Abbildung 10. Hier beträgt die Packungsdichte  $300 \text{ kg/m}^3$ . Mit steigender Temperatur werden die Abweichungen der einzelnen Kurven voneinander geringer. Die Werte streben einem Grenzwert zu. Geht die Packungsdichte im Grenzfall gegen  $\rho_f$ , so liefern alle Beziehungen bis auf Gleichung (10) den Grenzwert  $\lambda_{\text{eff}} = \lambda_f$ .

Vergleichswerte, die den angenommenen Verhältnissen in etwa entsprechen, sind nicht vorhanden. Mit Ausnahme der Ergebnisse nach Gleichung (9) weichen die dargestellten Werte um maximal bis zu 20 bzw. 45 % voneinander ab. Zum Vergleich sind jeweils die Leitfähigkeiten des Heliums eingezeichnet. Da nach /30/ eine Druckabhängigkeit des Heliums praktisch nicht besteht, sind die Kurven in beiden Abbildungen identisch. Die in /31/ mitgeteilten Leitfähigkeitswerte für Helium liegen um bis zu 18 % niedriger als die Leitfähigkeiten  $\lambda_{\text{He}}$ , die den Rechnungen zugrunde gelegt werden. Die Verwendung dieser kleineren Werte würde zu kleineren effektiven Leitfähigkeiten führen.

Die Abbildungen zeigen weiter den wesentlichen Anteil der Gasleitfähigkeit an der gesamten Leitfähigkeit, wie er schon bei Folienisolierungen in /32/ mitgeteilt worden ist. In beiden Fällen wird mit wachsender Temperatur der Anteil zwar geringer, ist aber immer noch bedeutsam. Einen weiteren Parameter stellt die Packungsdichte dar. Je kleiner die Packungsdichte ist, desto größer wird das Verhältnis  $\lambda_{\text{He}} / \lambda_{\text{eff}}$  bis zu Temperaturen von etwa  $600^\circ\text{C}$ , siehe z. B. die Ergebnisse nach Gleichung (7).

In Abbildung 11 sind Einzelleitfähigkeiten einer mit Luft gefüllten Isolierung vom Typ A, wie er zuvor schon beschrieben wurde, in Abhängigkeit von der Packungsdichte nach Messungen von Verschoor und Greebler /10/ dargestellt. Die Mitteltemperatur beträgt  $65,5^{\circ}\text{C}$ , der mittlere Druck etwa 1 bar. Der steile Abfall der effektiven Leitfähigkeit mit zunehmender Stopfdichte ist auf die gleichzeitige Verminderung der infolge Strahlung und freier Konvektion übertragenen Wärme zurückzuführen. Die Feststoffleitung liefert einen nur geringen Anteil an der gesamten Leitfähigkeit. Mit wachsender Packungsdichte nimmt dieser Einfluß im untersuchten Bereich linear zu. Ein Vergleich zwischen der in Abbildung 11 dargestellten Feststoffleitung und den nach /4/ berechneten Werten liefert etwa um den Faktor 10 zu niedrige Rechenergebnisse, wenn  $\rho = 120 \text{ kg/m}^3$ . Die Berechnung der Strahlungsleitfähigkeit nach Beziehung (33) ergibt ebenfalls zu kleine Werte, verglichen mit den Daten der besprochenen Abbildung. Den größten Anteil an der Gesamtleitfähigkeit macht wieder die Leitfähigkeit der Luft aus.

Abbildung 12 zeigt Meßergebnisse derselben Autoren für die drei Gase Helium, Luft und Kohlendioxid in Abhängigkeit von der Packungsdichte für die Typ A-Isolierung. Die dargestellten Kurven gelten für dieselben Zustände wie zuvor. Das Verhältnis der effektiven Leitfähigkeiten von Helium und Luft liegt zwischen 4 und 5. Die Wärmeleitfähigkeit der Gase innerhalb der Fasern wurde nach Beziehung (23) berechnet. In den dargestellten Fällen betragen die Quotienten  $\lambda_1 / \lambda_{\text{eff}}$  für die größte Packungsdichte bei Helium etwa 0,89, bei Luft 0,80 und bei Kohlendioxid 0,73. Die verbleibenden 11 %, 20 % und 27 % verteilen sich dann also auf Strahlung, Feststoffleitung und freie Konvektion, über deren Berechnungen in /10/ keine Angaben gemacht sind. Die schwarzen Punkte gelten für einen um den Faktor 10 erniedrigten Druck, also für etwa  $P \approx 0,1$  bar. In diesem Fall ermäßigen sich die effektiven Leitfähigkeiten von Helium, Luft und Kohlendioxid um 7,4 %, 26 % und 32 %.

Einen Vergleich der Wärmeleitfähigkeiten verschiedener Isolierungen mit Luft als Füllgas zeigt nach Angaben der Herstellerfirmen Abbildung 13. Als Variable ist die Mitteltemperatur gewählt. Die Packungsdichte beträgt in



allen Fällen  $64 \text{ kg/m}^3$ , der Druck beträgt 1 bar. Tabelle 1 enthält, soweit wie möglich, weitere Angaben wie Hauptbestandteile und Faserdurchmesser.

Produkt	Hauptbestandteile (ungefähr)	Faserdurchmesser [ m ]
Refrasil B-1	99 % $\text{SiO}_2$	$5 \div 10 \cdot 10^{-6}$
Kerlane Matten	46 % $\text{Al}_2\text{O}_3$ , 48 % $\text{SiO}_2$	$2,8 \cdot 10^{-6}$
Kaowool Matten	45 % $\text{Al}_2\text{O}_3$ , 52 % $\text{SiO}_2$	$2,8 \cdot 10^{-6}$
Johns Manville Dynaflex	-	-
Johns Manville Fiberchrome	Chrom/Aluminiumsilikat	-

Tabelle 1: Faserprodukte verschiedener Hersteller

Nähere Angaben zu den Johns-Manville-Produkten fehlen. Es ist zu erwarten, daß aber als Hauptbestandteile auch hier  $\text{Al}_2\text{O}_3$  bzw.  $\text{SiO}_2$  in Frage kommen, wie bei Kerlane und Kaowool. Zwischen diesen beiden Produkten scheint es keine wesentlichen Unterschiede zu geben. Die Zusammensetzung ist bis auf wenige Prozente fast identisch. Auch die Faserdurchmesser sind gleich. Refrasil B-1 besteht fast ausschließlich aus  $\text{SiO}_2$ . Der Durchmesser schwankt zwischen  $5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  und  $10^{-5} \text{ m}$ .

Wie Abbildung 13 zeigt, unterscheiden sich die effektiven Wärmeleitfähigkeiten der einzelnen Stoffe nur geringfügig. Die maximale Abweichung liegt bei etwa 8 %. Zum Vergleich sind die nach Gleichung (7) berechneten Werte, die für eine Packungsdichte von  $50 \text{ kg/m}^3$  und einen Durchmesser von  $5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  bzw.  $10^{-5} \text{ m}$  gelten, eingezeichnet. Im Bereich kleiner Temperaturen, z. B.  $100^\circ \text{C}$ , beträgt die Abweichung im Mittel etwa 25 %, bei  $800^\circ \text{C}$  aber bereits, wenn  $\delta = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ , 100 %. Die berechneten Werte sind zu niedrig. Der Anstieg mit größer werdender Temperatur ist zu gering. Die gezeigten Ergebnisse dürften alle im waagerechten Ein- bzw. Zweiplattengerät gemessen worden sein, d. h. die freie Konvektion ist, wenn der Wärmestrom von unten nach oben gerichtet ist, in den Ergebnissen enthalten. Wie aber Abbildung 11 zeigt, ist die freie Konvektion gering, so daß sie im vorliegenden Fall auch unbedeutend sein muß, zumal

der Druck etwa 1 bar beträgt. Die Festkörperleitung dürfte ebenfalls einen nur geringen Einfluß haben. Da die Gasleitung in allen Fällen denselben Beitrag liefert, sind die Unterschiede nur durch eine zu geringe Berücksichtigung der Strahlung zu erklären. Der Übergang auf den doppelt so großen Durchmesser  $10^{-5}$  m zeigt eine deutliche Verbesserung der Ergebnisse. Die Abweichungen zwischen Messung und Rechnung nehmen im Falle höherer Durchmesser etwa um den Faktor 2 ab. Eine weitere Verbesserung der Ergebnisse ließe sich durch Erhöhung des Faktors 4 in Gleichung (33) erreichen.

## 7. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden zunächst die in der Literatur angegebenen Beziehungen zur Berechnung der effektiven Leitfähigkeit in Faserstoffen dargestellt und die einzelnen dazugehörigen Modelle beschrieben. Im Anschluß daran wurde näher auf die einzelnen Anteile wie Gas- und Feststoffleitung, Wärmeübertragung infolge Strahlung und freier Konvektion eingegangen. Bei der Gasleitung wurde besonders der Einfluß des Druckes dargestellt. Obwohl bei Isolierungen für gasgekühlte Reaktoren hauptsächlich Drücke zwischen etwa 1 und 40 bar von Interesse sind, wurde auch der Bereich unterhalb 1 bar diskutiert. Die Wärmeübertragung durch Strahlung wurde zwar schon häufig untersucht. Es konnten aber nur zwei Beziehungen gefunden werden, die der Berechnung direkt zugänglich sind. In allen anderen Fällen benötigt man stets noch Materialkonstante, die erst experimentell zu bestimmen sind. Der Wärmetransport infolge freier Konvektion in Faserstoffen ist rechnerisch noch nicht erfaßbar bzw. nur mit sehr großem mathematischen Aufwand. Im vorliegenden Fall blieb daher die Konvektion unberücksichtigt.

Im Anschluß an die Beschreibung der verschiedenen Transportmechanismen erfolgte ein Vergleich zwischen gerechneten Werten und der Literatur entnommenen Meßergebnissen. Da genaue Angaben fehlten, mußten Annahmen bezüglich Feststoffleitung, spezifischem Gewicht der Fasern usw. getroffen

werden. Leider standen nur wenige Vergleichswerte zur Verfügung. Für Temperaturen von  $65,5^{\circ}\text{C}$  bzw.  $288^{\circ}\text{C}$ , also vergleichsweise tiefe Werte, konnte gute Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung festgestellt werden. Im Bereich höherer Packungsdichten war die Übereinstimmung am besten. In den meisten Fällen zeigte sich in der Leitfähigkeit bei relativ kleinen Stopfdichten ein Minimum. Die Rechnungen galten für Luft und Helium. Für diese Fälle schienen die Gleichungen (7), (10) und (13) am besten geeignet. Bei den betrachteten Temperaturen wirkten sich unterschiedliche Faserdurchmesser nur unwesentlich auf die effektive Leitfähigkeit aus.

Den überwiegenden Teil an der Gesamtwärmeleitfähigkeit macht stets die Gasleitfähigkeit aus, wie Vergleiche zeigen. Strahlung und freie Konvektion liefern nur im Bereich kleiner Packungsdichten beträchtliche Anteile. Im Bereich größerer Stopfdichten sind die Teile infolge Strahlung, Konvektion und Feststoffleitung fast gleich. Hier kommt der Leitung im Faserstoff natürlich stets größere Bedeutung zu. Die effektive Leitfähigkeit von Helium liegt um den Faktor 4 - 5 über der von Luft. Eine Absenkung des Druckes bringt kleinere Gesamtwerte, die zumindest bei Helium recht nennenswert sind.

Ein Vergleich der von mehreren Firmen angegebenen Leitfähigkeitswerte miteinander bringt nur Unterschiede bis 8 % für die verschiedenen Produkte. Im Bereich kleiner Temperaturen ist die Differenz zwischen Meßwerten und den nach Gleichung (7) berechneten Werten noch gering. Mit größer werdender Temperatur werden die Abweichungen größer. Der Übergang auf einen doppelt so großen Faserdurchmesser verringert die Differenzen auf etwa den halben Wert. Dies deutet darauf hin, daß die benutzte Beziehung zur Berechnung der Strahlungsleitfähigkeit der experimentellen Überprüfung und eventuell einer Verbesserung bedarf. Des weiteren ist noch die Frage der freien Konvektion in Faserstoffen ungeklärt. Es ist zu erwarten, daß sie im Falle hohen Druckes größere Anteile liefert.

8. Verwendete Bezeichnungen, Indizes und Kennzahlen

A	Zahlenkonstante in der Druckverlustbeziehung, Einheitsfläche
a	Akkomodationskoeffizient
$\vec{B}$	Permeabilitätsvektor
B	Permeabilität, Anteil gestreuter Strahlung
C	Konstante
c	spezifische Wärmekapazität
d	Isolierstärke bzw. Probendicke
F	Faktor
g	Erdbeschleunigung
H	Faktor zur Erfassung der Orientierung der Fasern
K	Konstante für Absorption bzw. Streuung
k	Extinktionszahl
$k_{rg}$	relative Änderung
L	mittlere freie Weglänge
M	Querschnitt, Molekulargewicht
m	Faktor zur Erfassung der Absorption
N	Rückstreuungsquerschnitt
n	Brechungsverhältnis, Anzahl der Faserlagen pro Schicht, Anzahl der Streuungen im Volumen
P	Absorptionsquerschnitt
p	Druck, Faserabstand
Q	Wärmemenge
q	Heizflächenbelastung
R	Widerstand
s	Größe des Gasraumes
T	Temperatur
$\vec{u}$	Geschwindigkeitsvektor
v	Geschwindigkeit, Volumenanteil
W	Wahrscheinlichkeit
x	Koordinate

## Griechische Buchstaben

$\beta$	Ausdehnungskoeffizient
$\Delta$	Differenz
$\delta$	Durchmesser bzw. Kantenlänge einer Faser
$\varepsilon$	Strahlungszahl
$\varepsilon$	Energieverhältnis
$\eta$	dynamische Zähigkeit
$\kappa$	Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit
$\pi$	Kreiszahl
$\rho$	Dichte
$\sigma$	Stefan- Boltzmann-Konstante
$\psi$	Druckverlustbeiwert

## Kenngrößen

Kn	Knudsen-Zahl
Nu	Nusselt-Zahl
Ra	Rayleigh-Zahl
Re	Reynolds-Zahl

## Indizes

A	Anordnung
a	Absorption und Emission
eff	effektiv
eg	effektiv (Gas- und Feststoffleitung)
ges	gesamt
f	Feststoff
g	Gas
k	freie Konvektion
l	Luft
m	mittlere

- p bei konstantem Druck
- s Strahlung, Streuung
- v bei konstantem Volumen
- $\epsilon'$  Absorption



9. Literaturverzeichnis

- /1/ Schmidt, Th. E.  
Über die Wärmeleitzahl von Isolierstoffen  
Forschung auf dem Gebiet des Ingenieur-Wesens  
Bd. 27 (1961), 10/14
- /2/ Larkin, B. K., St. W. Churchill  
Heat transfer by radiation through porous insulations  
A.I.Ch.E. Journal, Vol. 5 No. 4 (1959) 467/474
- /3/ Koglin, B.  
Der Wärmetransport in Schaumstoffen  
Dissertation Berlin D 83 (1967)
- /4/ Hager, N.E., R.C. Steere  
Radiant heat transfer in fibrous thermal insulation  
Journal of applied physics Vol. 38 No. 12 (1967) 4663/4668
- /5/ Strong, H.M., F.P. Bundy, H.P. Bovenkerk  
Flat panel vacuum thermal insulation  
Journal of applied physics, Vol. 31 No. 1 (1960) 39/50
- /6/ Nusselt, W.  
Die Übertragung der Wärme bei der Bone-Schnabel-Feuerung  
Zeitschrift des Bayerischen Revisions-Vereins Nr. 13, 14  
17. Jahrgang (1913) 125/127 und 137/139
- /7/ Eucken, A.  
Die Wärmeleitfähigkeit keramischer feuerfester Stoffe  
Beilage zu "Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens"  
Ausgabe B Band 3, VDI-Verlag GmbH (1932) 1/16
- /8/ Thipgen, J.J., B.E. Short  
The apparent thermal conductivity of fibrous materials  
ASME Paper A-293 N. Y. (1959) 1/8

- /9/ Eucken, A.  
Allgemeine Gesetzmäßigkeiten für das Wärmeleitvermögen  
verschiedener Stoffarten und Aggregatzustände  
Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens 11. Bd.  
Heft 1 (1940) 6/20
- /10/ Verschoor, J.D., P. Greebler, N.J. Manville  
Heat transfer by gas conduction and radiation in fibrous  
insulations  
ASME Paper 51-A-54 (1951) 961/968
- /11/ Smoluchowski, M.  
Über Wärmeleitung pulverförmiger Körper und ein hierauf  
gegründetes neues Wärme-Isolierungsverfahren  
Internationaler Kongreß für Kältetechnik, Wien  
Band 2 (1910) 166/172
- /12/ Kling, G.  
Der Einfluß des Gasdruckes auf das Wärmeleitvermögen  
von Isolierstoffen  
Allgemeine Wärmetechnik 3. Jahrgang Hefte 8/9 (1952)  
167/174
- /13/ Joos  
Lehrbuch der theoretischen Physik, 10. Auflage 528/529
- /14/ Kistler, S.S.  
The relation between heat conductivity and structure in  
silica aerogel  
J. phys. Chem. 39 (1935) 79/85
- /15/ Krischer, O.  
Die wissenschaftlichen Grundlagen der Trockungstechnik  
Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg (1956)
- /16/ Van der Held, E.F.M.  
Der Strahlungsbeitrag an der Wärmeleitung  
Allgemeine Wärmetechnik 4. Jahrgang Heft 11/12 (1953)  
236/240

- /17/ Poltz, H.  
Einfluß der Wärmestrahlung auf die Isolierwirkung poröser  
Dämmschichten  
Allgemeine Wärmetechnik Band 11 Heft 4 (1962) 64/71
- /18/ Czerny, M., L. Genzel  
Energiefluß und Temperaturverlauf im Glasbad von Schmelz-  
wannen als Folge von Wärmeleitung und Wärmestrahlung  
Glastechnische Berichte 25 (1952) 387/392
- /19/ Chekhovskoi, V.Y., V.A. Petrov, I.I. Petrova,  
E.N. Lyukshin  
Thermal conductivity of pyrographite at high temperature  
High Temperature Vol. 9 No. 1 (1971) 80/84
- /20/ Cammerer, W.F.  
Der Konvektionseinfluß auf die Wärmeleitfähigkeit von  
Wandisolierungen aus Mineralfaserstoffen  
Allgemeine Wärmetechnik Band 11 Heft 6 (1962) 95/101
- /21/ Mull, W., H. Reiher  
Der Wärmeschutz von Luftschichten  
Beihefte zum Gesundheits-Ingenieur Heft 28 Reihe 1  
(1930) 1/26
- /22/ Gröber, H., S. Erk, U. Grigull  
Die Grundgesetze der Wärmeübertragung  
Berlin-Göttingen-Heidelberg 3. Auflage (1963)
- /23/ Wilkes, G.B.  
Heat insulation  
New York (1950) 81/88
- /24/ Griffiths, E.  
Heat insulators  
Spec. Report 35 London (1929)
- /25/ Rowley, F.B., C.E. Lund  
Heat transmission through insulations as affected by  
orientation of wall  
Trans. Amer. Soc. Heat. Ventil Engr. 49 (1943) 331

- /26/ Lorentzen, G., E. Brendeng  
The influence of free convection in insulated vertical walls  
Insulation Review 4 (1960) 17/23
- /27/ Mordchelles-Regnier, G. und andere  
Quelques recherches récentes effectuées en France sur  
l'isolation thermique des réacteurs nucléaires  
Paper SM 111/76 Proceedings of a symposium on advanced  
and high temperatures gas cooled reactors,  
I.A.E.A. Jülich (1968) 1/19
- /28/ Furber, B.N., J. Davidson  
The thermal performance of porous insulants in a high  
pressure gas environment  
A paper to be presented at the second conference on  
prestressed concrete reactor vessels and their thermal  
insulation  
Brüssel (1969) 1/24
- /29/ Hammeke, K., G. Pietralla, K.H. Presser  
Thermodynamische Stoffwerte von Luft, Kohlendioxid und  
Stickstoff bei hohen Temperaturen und Drücken  
Jül-383-RB (1966) 48
- /30/ Harth, R., K. Hammeke  
Thermodynamische Stoffwerte von Helium im Bereich von  
0 bis 3000 °C und 0,2 bis 200 bar  
Jül-666-RB (1970) 17
- /31/ Angaben der Firma Johns Manville, New York
- /32/ Bröckerhoff, P.  
Thermische Innenisolierungen bei gasgekühlten Reaktoren  
Interner Bericht KFA-IRB-5/71 (1971) 13

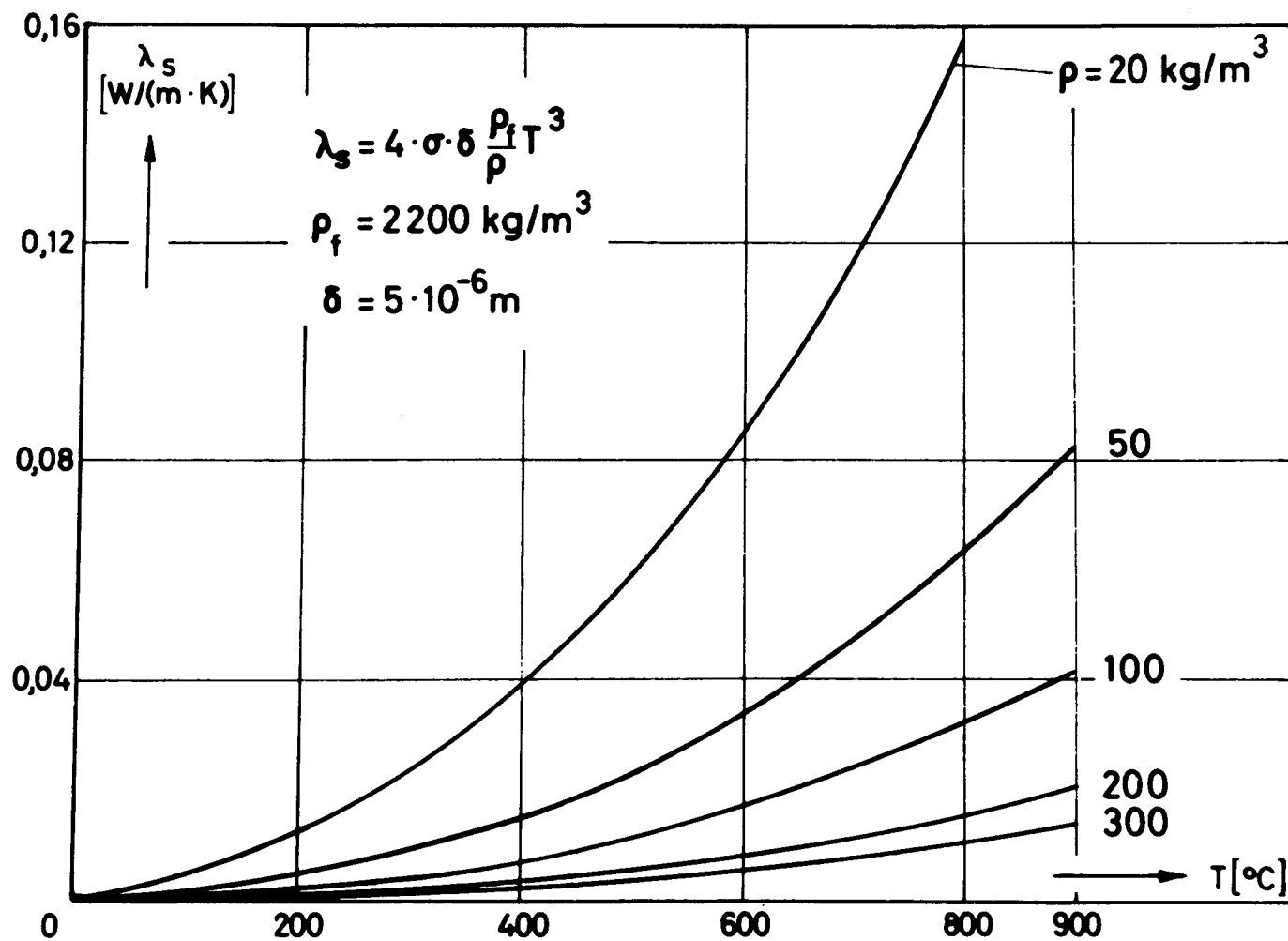


Abb. 2 Leitfähigkeit infolge Strahlung in einer Faserisolierung bei verschiedenen Packungsdichten in Abhängigkeit von der Mitteltemperatur

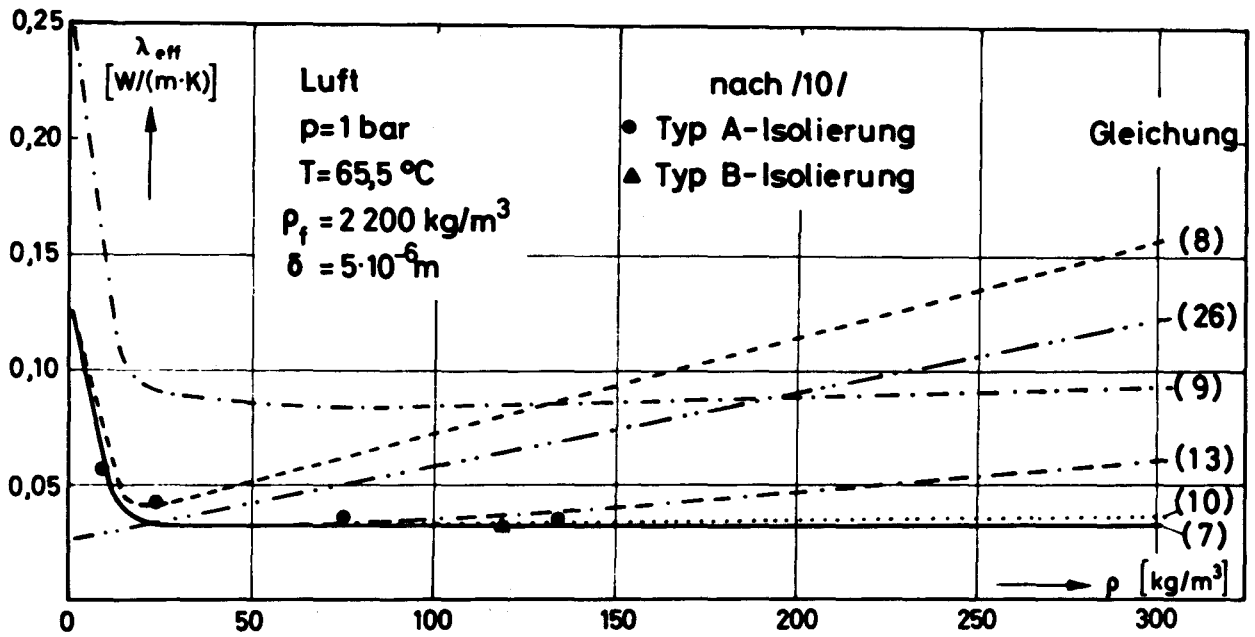


Abb. 3 Vergleich zwischen berechneten und gemessenen effektiven Leitfähigkeiten einer Faserisolierung in Abhängigkeit von der Packungsdichte

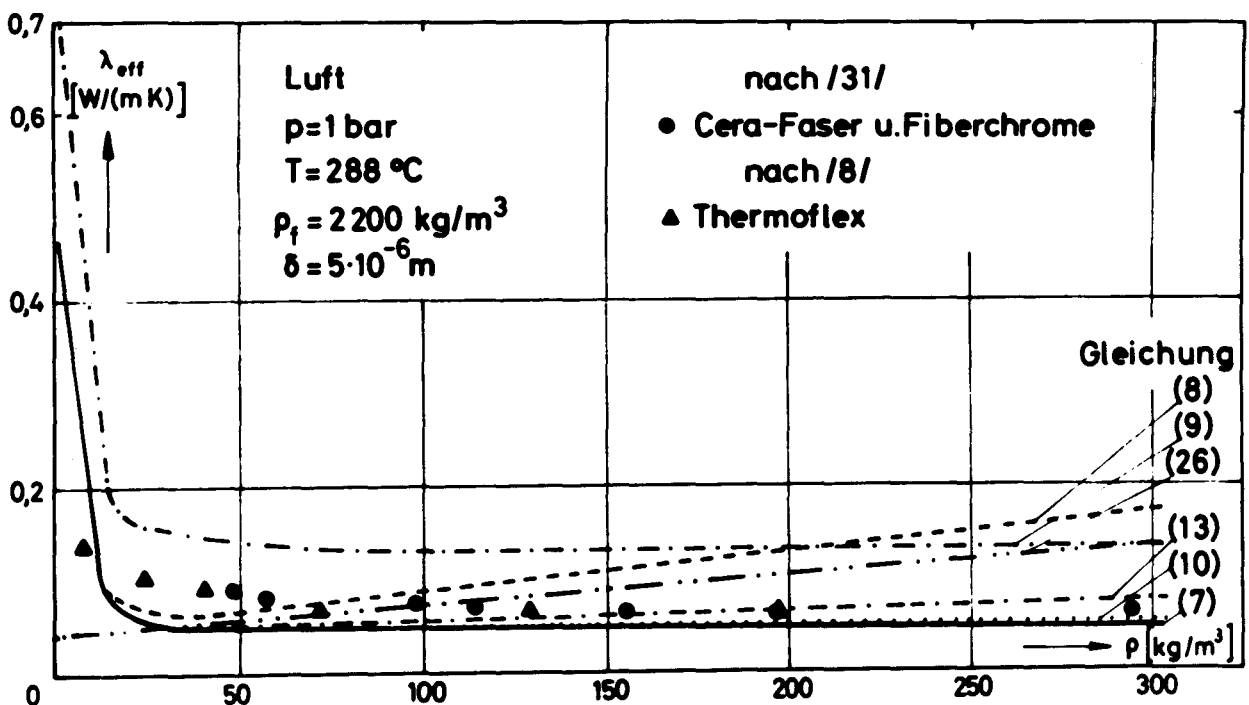


Abb. 4 Vergleich zwischen berechneten und gemessenen effektiven Leitfähigkeiten einer Faserisolierung in Abhängigkeit von der Packungsdichte

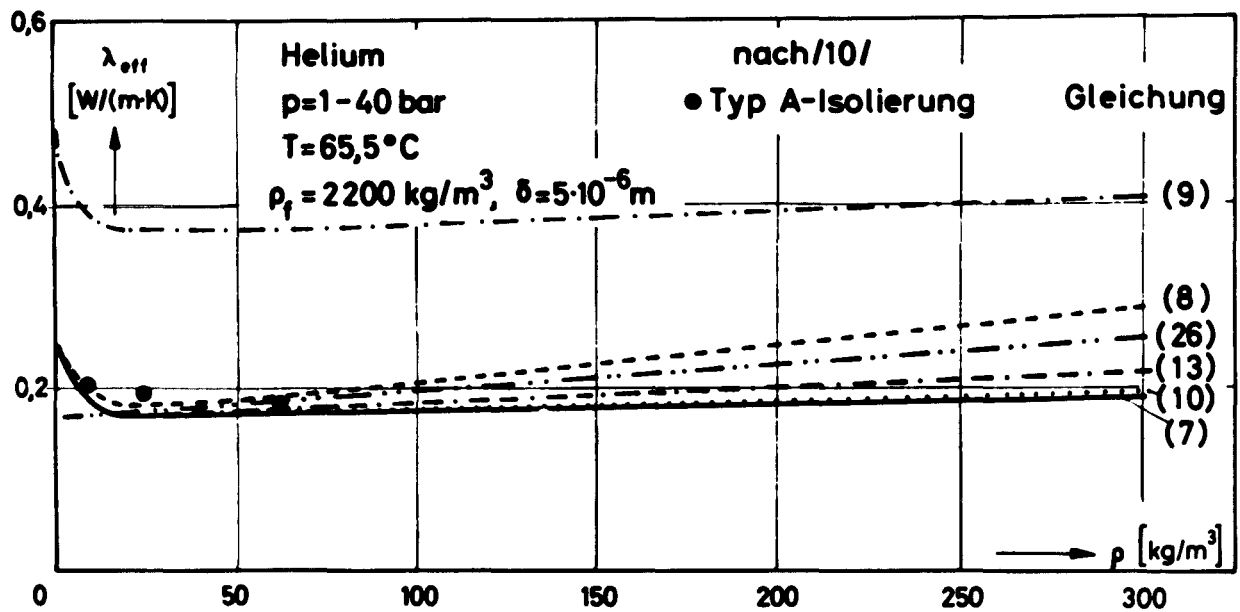


Abb. 5 Vergleich zwischen berechneten und gemessenen effektiven Leitfähigkeiten einer Faserisolierung in Abhängigkeit von der Packungsdichten

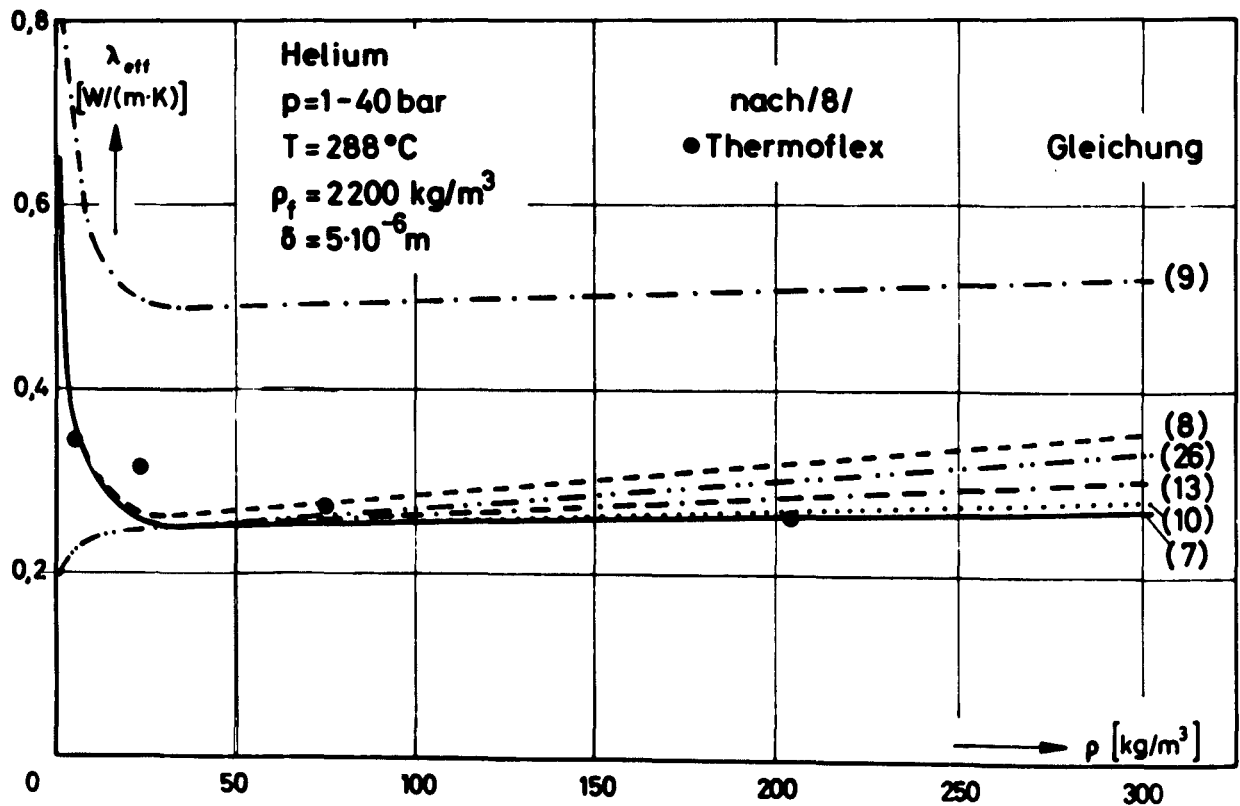


Abb. 6 Vergleich zwischen berechneten und gemessenen effektiven Leitfähigkeiten einer Faserisolierung in Abhängigkeit von der Packungsdichte

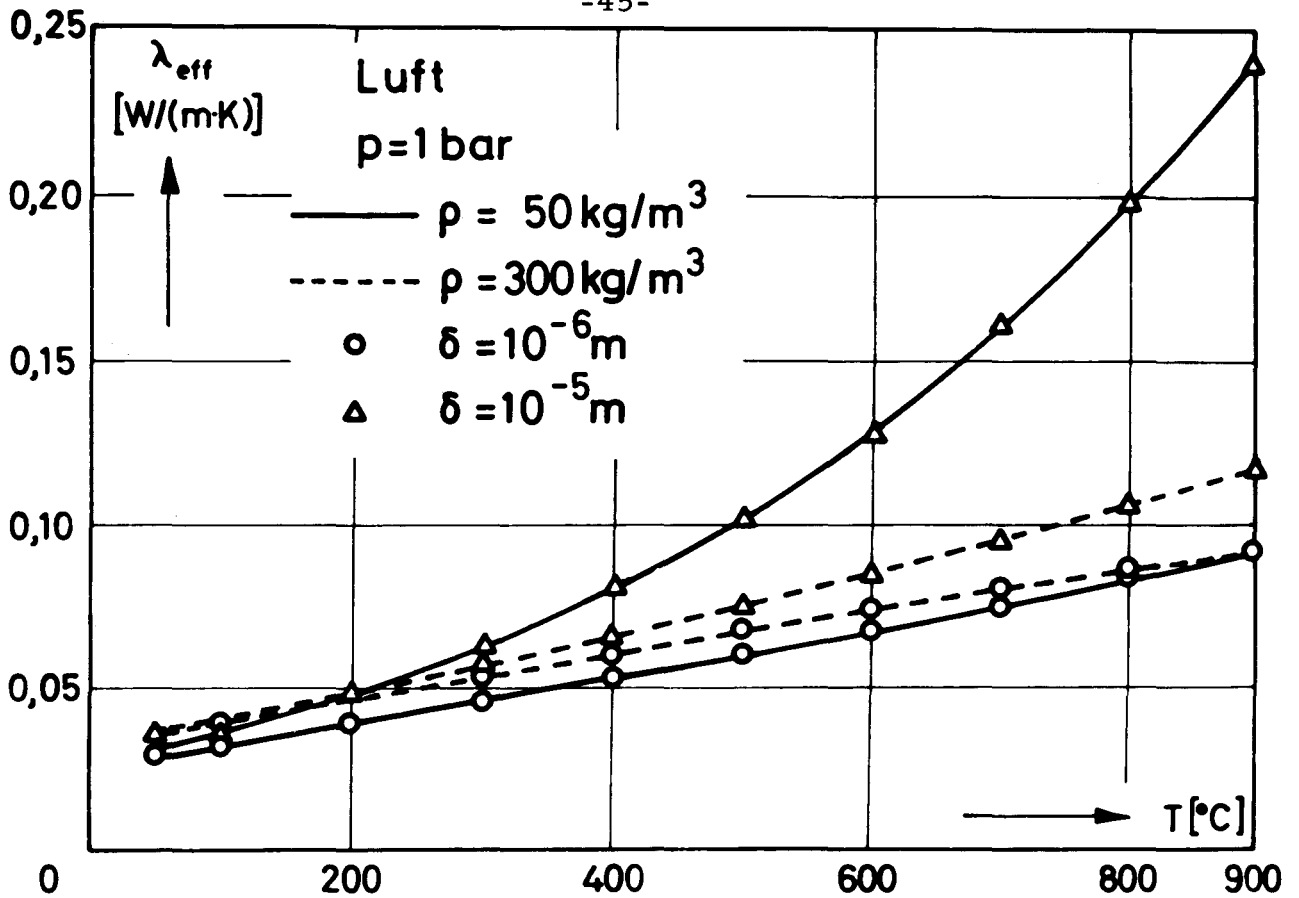


Abb. 7 Berechnete effektive Leitfähigkeit einer Faserisolierung in Abhängigkeit von der Mitteltemperatur für verschiedene Packungsdichten und Faserdurchmesser

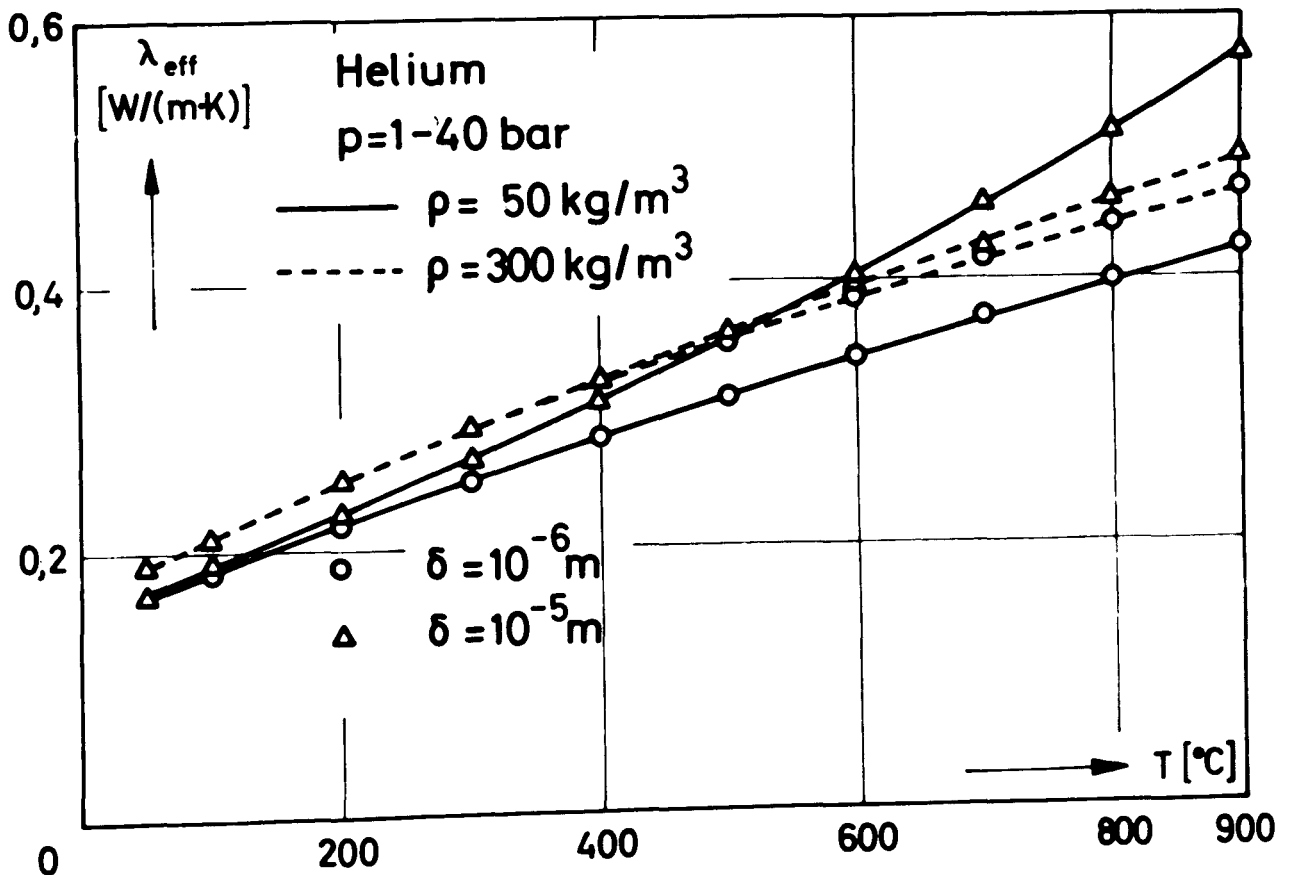


Abb. 8 Berechnete effektive Leitfähigkeit einer Faserisolierung in Abhängigkeit von der Mitteltemperatur für verschiedene Packungsdichten und Faserdurchmesser



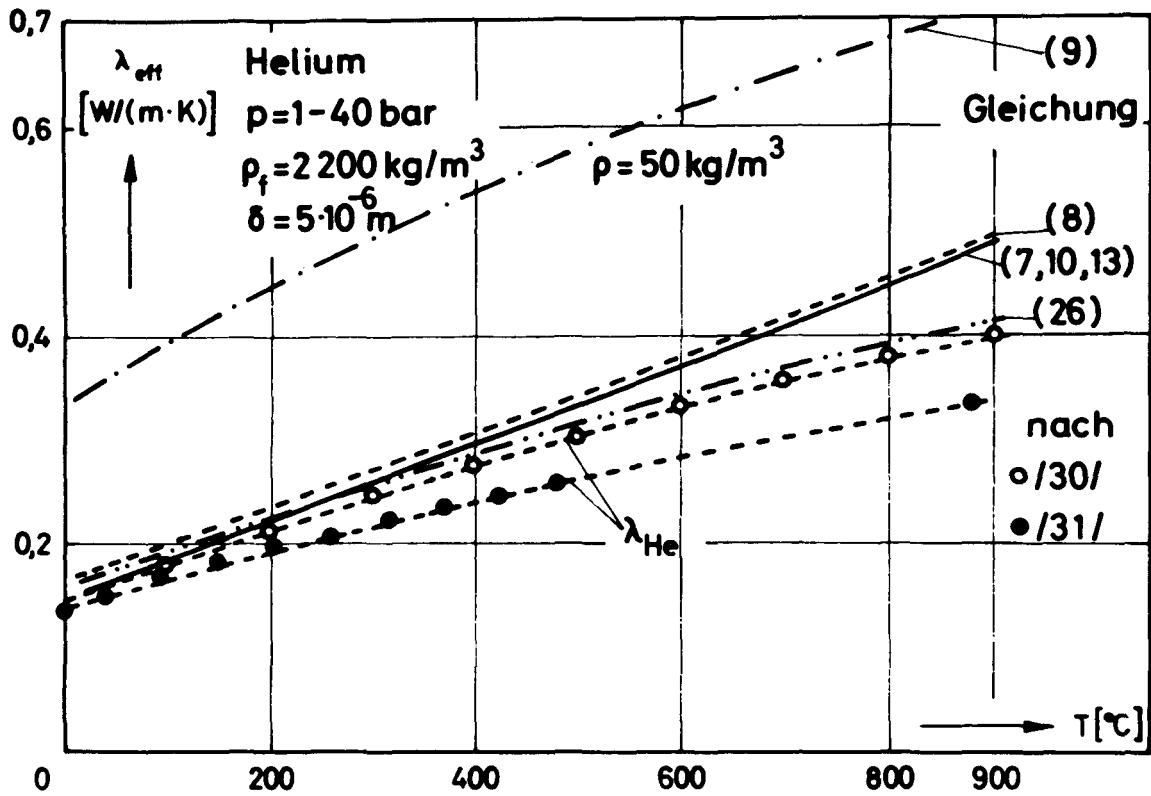


Abb. 9 Berechnete effektive Leitfähigkeit einer Faserisolierung in Abhängigkeit von der Mitteltemperatur

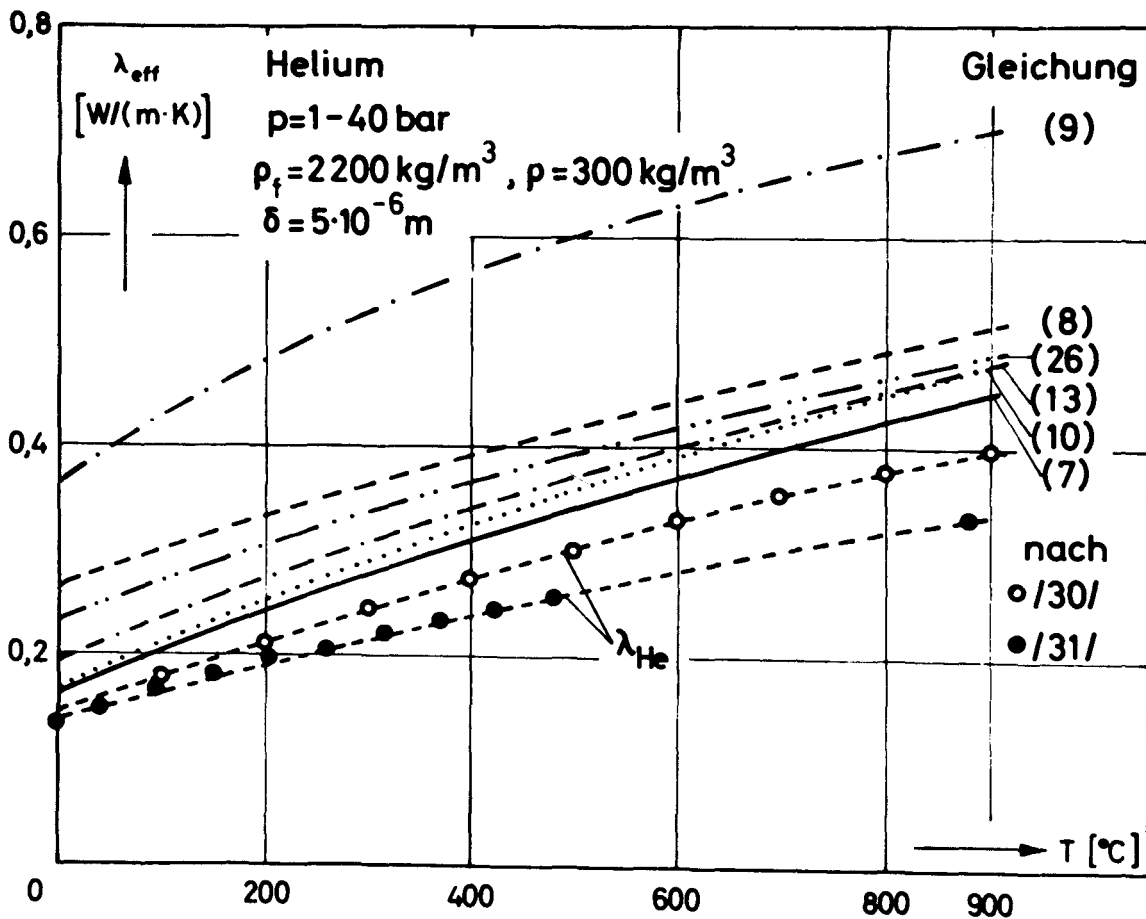


Abb. 10 Berechnete effektive Leitfähigkeit einer Faserisolierung in Abhängigkeit von der Mitteltemperatur

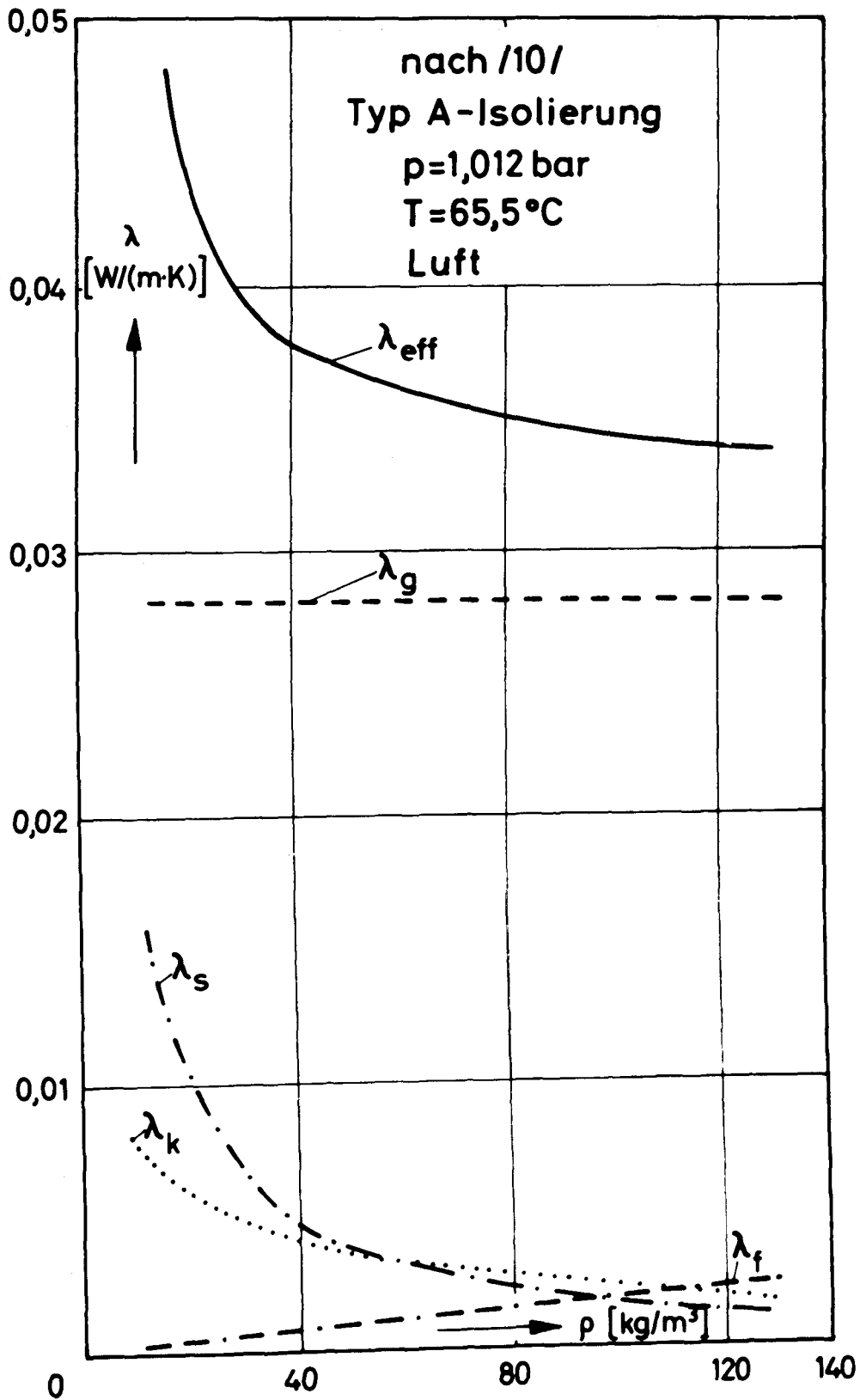


Abb. 11 Effektive Leitfähigkeit und Einzelanteile einer Faserisolierung in Abhängigkeit von der Packungsdichte

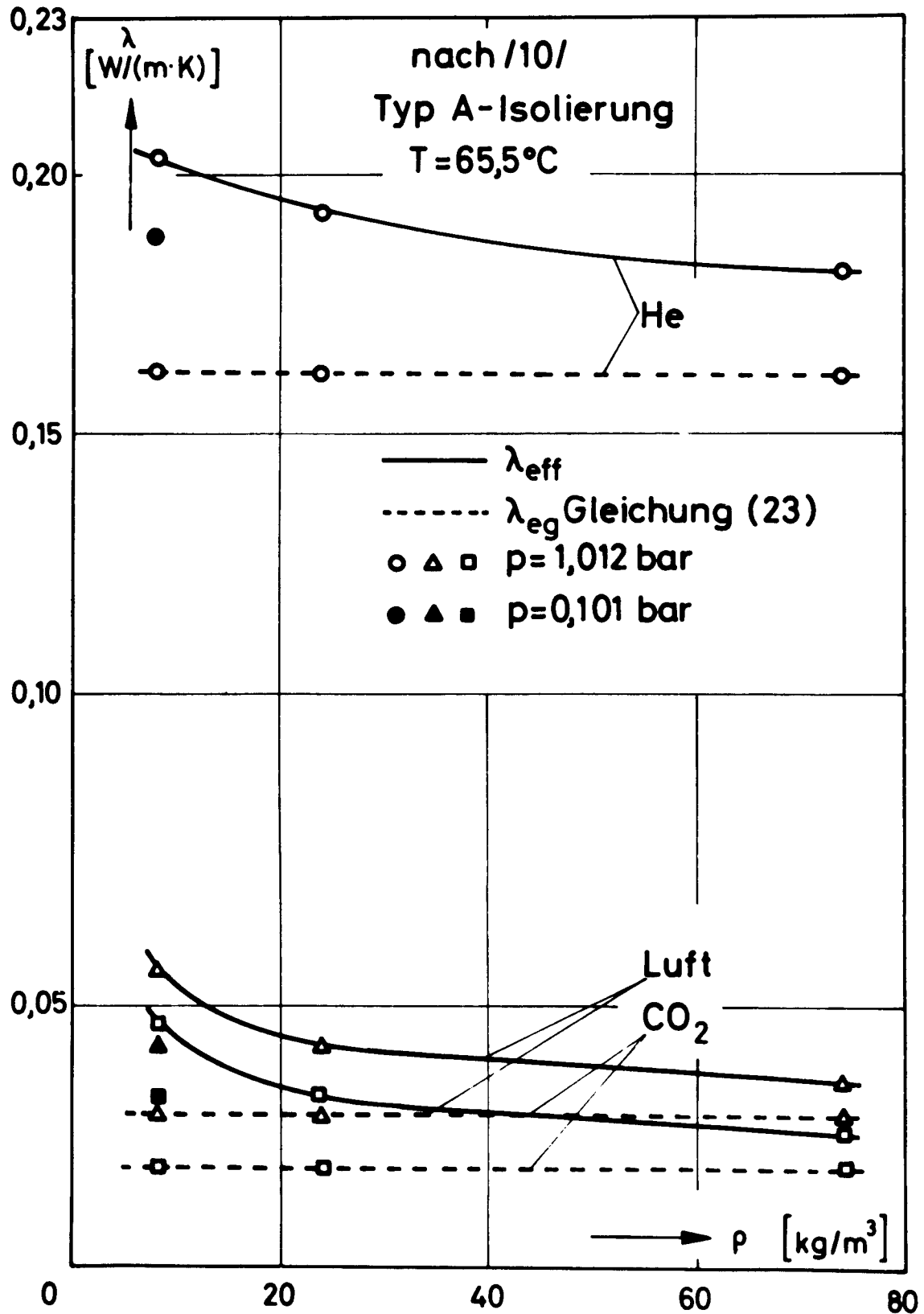


Abb. 12 Vergleich der Leitfähigkeiten einer Faserisolierung in Abhängigkeit von der Packungsdichte für drei verschiedene Gase

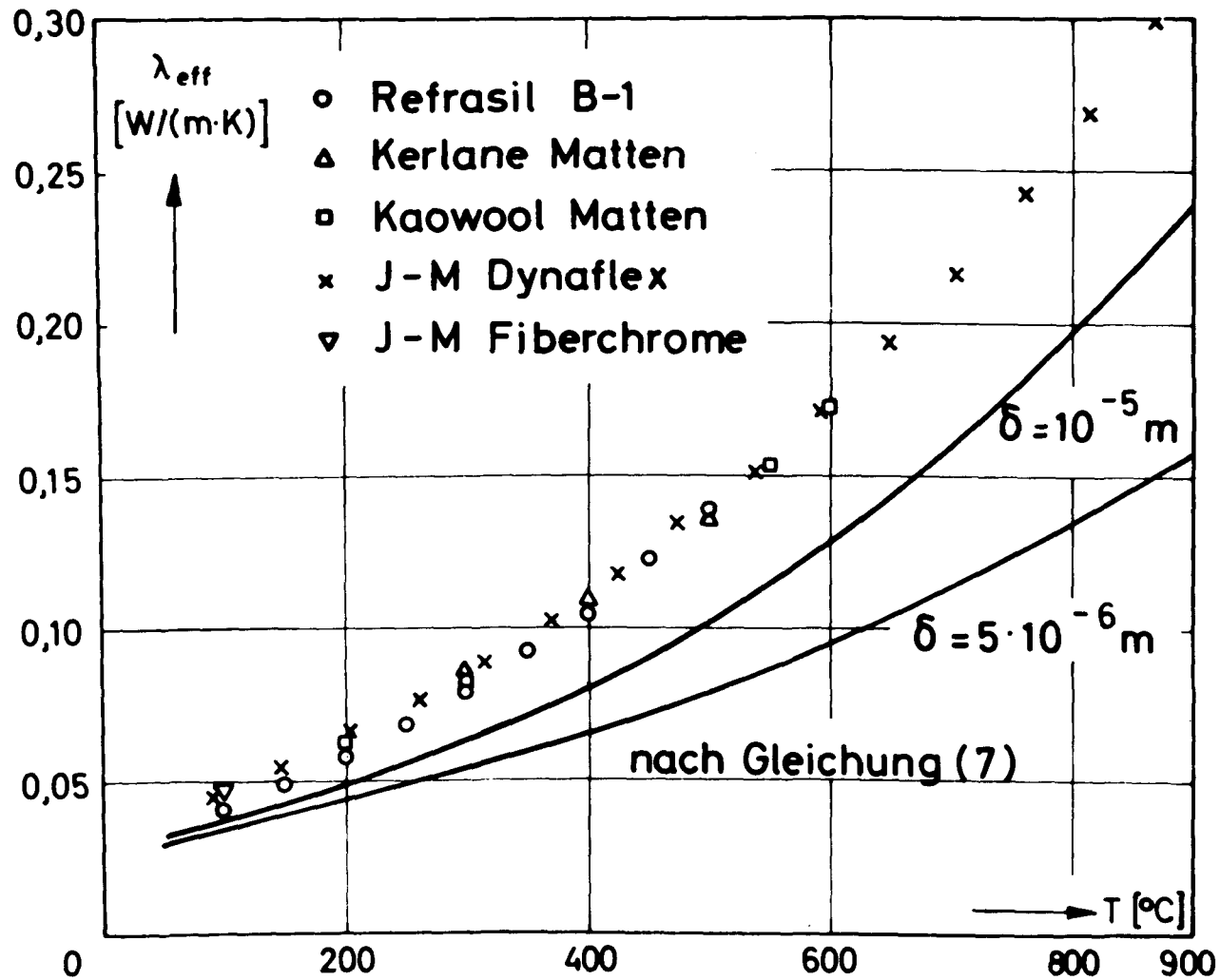


Abb. 13 Effektive Leitfähigkeit verschiedener Faserisolierungen in Abhängigkeit von der Mitteltemperatur